

ශ්‍රී ලංකා විවිධාත්‍ය විශ්වවිද්‍යාලය
 විද්‍යාචාර්ය/ අධ්‍යාපනචාර්ය උපාධි පාඨමාලාව
 අවසාන පරීක්ෂණය - 2016/2017
 ව්‍යවහාරික ගණිතය - තුන්වන මට්ටම
 APU1140/APE3140 - දෛශික වීජ ගණිතය



කාලය පැය දෙකයි

දිනය : 2017.07.24 වේලාව - ප.ව. 01.00 - ප.ව. 03.00 දක්වා.

ප්‍රශ්න හතරකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

1. O නම් වූ ලක්ෂ්‍යය සාගරයක් මත පිහිට ඇත. ඒකක දෛශික i සහ j , O සිට පිළිවෙළින් නැගෙනහිර හා උතුරු දිශාවලට ඇත. S නැව $(-12.5i + 7.5j) \text{ kmh}^{-1}$ වූ ඒකාකාර ප්‍රවේගයකින් ගමන් කරමින් සිටියි.

a) S ගමන් කරමින් සිටින වේගය සහ දිශාව සොයන්න. එහි ගමන් මාර්ගය රූප සටහනක දක්වන්න.

t කාලයකින් S හි පිහිටුම් දෛශිකය s km වේ. $t = 0$ වනවිට $s = 40i - 6j$ වේ.

b) t අනුසාරයෙන් s ලියා දක්වන්න.

c) මූල ලක්ෂ්‍යයේ සිට S ට ඇති දුර 6 km නම් t , $at^2 + bt + c = 0$ තෘතීය කරන බව පෙන්වන්න. මෙහි a , b සහ c සෙවිය යුතුය.

B නම් වූ නිශ්චල බෝට්ටුවක පිහිටුම් දෛශිකය $(7i + 12.5j) \text{ km}$ වේ.

d) $t = 3$ වන විට B සිට S ට ඇති දුර සොයන්න.

e)

i. B ට උතුරින් S පිහිටා ඇති විට,

ii. B ට නැගෙනහිරින් S පිහිටා ඇති විට, කාලය t සොයන්න.

2.

- a) O නම් වූ අවල ලක්ෂ්‍යයකට සාපේක්ෂව A සහ B ලක්ෂ්‍යවල පිහිටුම් දෛශික පිළිවෙලින් $(10\mathbf{i} + 2\mathbf{j} + 3\mathbf{k})$ සහ $(8\mathbf{i} + 3\mathbf{j} + 4\mathbf{k})$ වේ.
- A සහ B හරහා යන l නම් වූ සරල රේඛාවේ දෛශික සමීකරණය සොයන්න.
 C නම් වූ ලක්ෂ්‍යයේ පිහිටුම් දෛශිකය $(3\mathbf{i} + 12\mathbf{j} + 3\mathbf{k})$ වේ. P ලක්ෂ්‍යය l මත පිහිටා ඇත. CP සහ l එකිනෙකට අභිලම්භ බව දී ඇත.
 - P පිහිටුම් දෛශිකය සොයන්න.
- b) l_1 සහ l_2 වන සරල රේඛා දෙක $l_1 \equiv r = (5\mathbf{i} - \mathbf{j} + 2\mathbf{k}) + \lambda(\mathbf{i} + \sqrt{15}\mathbf{j} - 2d^2\mathbf{k})$ සහ $l_2 \equiv r = (7\mathbf{i} + \mathbf{j} - 4\mathbf{k}) + \mu(\mathbf{i} + \sqrt{15}\mathbf{j} + d\mathbf{k})$ ලෙස දී ඇත. මෙහි λ සහ μ පරාමිති සහ d යනු තාත්වික අගයකි.
- l_1 සහ l_2 එකිනෙක හමු නොවේ නම් d හි අගය සොයන්න.
 - l_1 සහ l_2 එකිනෙකට අභිලම්භ නම් d හි අගය සොයන්න.
- c) \underline{a} , \underline{b} සහ \underline{c} ඒකතල නොවන දෛශික තුනක් වේ. $\underline{f} = 5\underline{a} + 6\underline{b} + 7\underline{c}$,
 $\underline{g} = 7\underline{a} - 8\underline{b} + 9\underline{c}$ සහ $\underline{h} = 3\underline{a} + 20\underline{b} + 5\underline{c}$ මගින් දෙනු ලබන දෛශික තුන ඒකජ ස්වයන්ත වේද? ඔබේ පිළිතුර සනාථ කරන්න.

3.

- a) $A(2, p, l)$ ලක්ෂ්‍යය හරහා $2\mathbf{i} - 3\mathbf{j} + 6\mathbf{k}$ දෛශිකයට අභිලම්භ තලයට මූල ලක්ෂ්‍යයේ සිට ඇති දුර 4 ක් වේ. මෙම තලයේ කාටීසියානු සමීකරණය p අනුසාරයෙන් භාෂා එනයිත් p හි අගය සොයන්න.
- b) එකිනෙකට අභිලම්භ P_1 සහ P_2 තල දෙකක් පිළිවෙලින් $P_1 \equiv 3x - ay + 2z = 0$ සහ $P_2 \equiv bx + 6y - 5z = 0$ ලෙස දී ඇත. මෙහි a සහ b තාත්වික අගයයන් වේ.
- $3b - 6a = 10$ බව පෙන්වන්න.
 - $\underline{r} = (4\mathbf{i} - \mathbf{j} + 2\mathbf{k}) + \lambda(2\mathbf{i} + \mathbf{j} - \mathbf{k})$ මගින් දෙනු ලබන l නම් වූ සරල රේඛාව, P_1 තලය හමුවේ. l සරල රේඛාව සහ P_1 තලය අතර කෝණය $\frac{\pi}{6}$ වේ නම් a සහ b හි හරිතම අගයයන් කරණි ආකාරයෙන් සොයන්න.

4.

a) \underline{F} , \underline{H} සහ \underline{G} වන දෛශිකමය ශ්‍රිත $\underline{F}(t) = 2t\underline{i} - 5\underline{j} + t^2\underline{k}$, $\underline{G}(t) = (1-t)\underline{i} + \left(\frac{1}{t}\right)\underline{k}$

and $\underline{H}(t) = (\sin t)\underline{i} - e^t\underline{j}$ ලෙස දී ඇත. $A(t)e^t = \underline{H}(t) \cdot [\underline{G}(t) \times \underline{F}(t)]$ වන පරිදි, A ශ්‍රිතය සොයන්න.

b) $\underline{F}(t) = \left(\frac{1}{t^2-1}\right)\underline{i} + \ln(2-t)\underline{j} + \sqrt{1-\frac{t}{3}}\underline{k}$ වන දෛශිකමය ශ්‍රිතයේ වසම

සොයන්න.

c) අවකාශයේ ගමන් කරන අංශුවක t කාලයකදී පිහිටුම් දෛශිකය

$e^{-t} \tan^{-1}(t)\underline{i} + \left(\frac{1-2t}{3-t}\right)\underline{j} + t \left(\sin \frac{1}{t}\right)\underline{k}$ ලෙස දී ඇත. $t \rightarrow \infty$ වන විට මෙම අංශුවේ

පිහිටුම් දෛශිකය සොයන්න.

5.

a) $\underline{F}(t) \times \underline{G}(t)$ මගින් දෙනු ලබන ශ්‍රිතයේ t විෂයයෙන් අවකලය සොයන්න. මෙහි

$\underline{F}(t) = e^t\underline{i} + t^3\underline{j} + \underline{k}$ සහ $\underline{G}(t) = t^2\underline{i} + \sin t\underline{j} + e^t\underline{k}$ වේ.

b) t කාලයකදී A සහ B නම් වූ අංශු දෙකක පිහිටුම් දෛශික පිළිවෙලින්

$r_1(t) = e^t\underline{i} + e^{2t}\underline{j} + e^{-t}\underline{k}$ සහ $r_2(t) = e^t\underline{i} + e^{-t}\underline{j} + e^{at}\underline{k}$ වේ. මෙහි a යනු

තාත්ත්වික පරාමිතියකි. $t = \ln 2$ වන විට A සහ B අංශුවල වේගයන් සමාන වේ.

$a = 2^{3-a}$ බව පෙන්වන්න. a හි අගයද සොයන්න.

c) කේන්ද්‍රය $C(1,2,3)$, අරය ඒකක 6 ක් වූ සහ එකිනෙකට අභිලම්භ $\underline{u} = 2\underline{i} - 3\underline{j} - 4\underline{k}$

සහ $\underline{v} = 12\underline{i} + 4\underline{j} + 3\underline{k}$ දෛශික ඇති, තලයක වූ වෘත්තයේ දෛශික සමීකරණය

සොයන්න.

6.

a) $\underline{r}(t) = t^2 \underline{i} + 2t \underline{j} + 2t^3 \underline{k}$ ලෙස ගනිමු. $\int_0^1 \underline{r}(t) \cdot \frac{d\underline{r}}{dt} dt$ අගයන්න.

b) t කාලයකදී P නම් වූ අංශුවක පිහිටුම දෛශිකය $e^{-t} \underline{i} + \underline{j} - t^2 \underline{k}$ මගින් දෙනු ලබයි.

P මත විචල්‍ය බලය $\underline{F}(t) = e^t \underline{i} + t^2 \underline{j} - 2t \underline{k}$ මගින් දෙනු ලැබේ. $t=0$ සිට $t=2$ දක්වා කාලය තුළ සිදුකරන ලද කාර්යය සොයන්න.

c) කිසියම් t කාලයකදී එක්තරා අංශුවක ත්වරණය $\underline{a}(t) = t^2 \underline{i} - t \underline{j} + \underline{k}$ ලෙස දෙනු ලබයි. $t=1$ කාලය වනවිට අංශුවේ පිහිටුම \underline{j} වූ අතර එය $\underline{i} + \underline{j} + \underline{k}$ ප්‍රවේගයකින් ගමන්කර ඇත. t කාලයකදී අංශුවේ පිහිටුම සොයන්න.

***** නිම *****