

இலங்கை திறந்த பல்கலைக்கழகம்
 விஞ்ஞானமணி/ கல்விமணி பட்டப்பாடநெறி
 இறுதிப் பரீட்சை - 2016/2017
 பிரயோக கணிதம் - மட்டம் 03
 APU1140/APIE3140 - காவி அட்சரகணிதம்
 காலம்: - இரண்டு மணித்தியாலங்கள்



திகதி: 24.07.2017

நேரம்: பி.ப 01:00 - பி.ப 03:00

பரீட்சார்த்திகளுக்கான அறிவுறுத்தல்கள்

- இவ் வினாப்பத்திரமானது நான்கு (04) பக்கங்களையும் ஆறு (06) வினாக்களையும் கொண்டுள்ளது. இப்பத்திரத்தின் பகுதிகள் இல்லாவிடின் அல்லது தெளிவாக அச்சிடப்படவில்லை எனின், தயவுசெய்து மேற்பார்வையாளரிடம் தெரிவிக்கவும்.
- நான்கு (04) வினாக்களுக்கு மட்டும் விடையளிக்கவும்.
- எப்பொழுதும் கேள்விக்கான விடையினை புதிய பக்கத்தில் ஆரம்பிப்பதுடன் கேள்விகளின் பகுதிகளுக்கான விடைகள் தெளிவாக பெயரிடப்பட்டுள்ளதா என உறுதிப்படுத்துக.

1. மையம் O ஆனது கடலொன்றிலுள்ள ஒரு புள்ளியாகும். அலகு காவிகள் i ஆனது O இலிருந்து கிழக்காகவும் j ஆனது O இலிருந்து வடக்காகவும் உள்ளன. ஒரு கப்பல் S ஆனது $(-12.5i + 7.5j) \text{ kmh}^{-1}$ என்னும் மாறா வேகத்துடன் நகருகின்றது.
 - a) S நகரும் கதி மற்றும் திசையினைக் காண்க. அதன் பாதையினை ஒரு வரிப்படத்தில் குறித்துக்காட்டுக.
 - t மணித்தியாலத்தின் போது, S இனது தானக்காவியானது $s \text{ km}$ ஆகும். $t=0$ ஆகும் போது, $s = 40i - 6j$ ஆகும்.
 - b) s இனை t இன் சார்பில் எழுதுக.
 - c) ஒரு குறிப்பிட்ட நேரம் t இன் போது மையத்திலிருந்தான கப்பல் S இன் தூரம் 6 km எனின், t ஆனது $at^2 + bt + c = 0$ இனை திருப்திப்படுத்துகின்றது எனக் காட்டுக. இங்கு a, b மற்றும் c ஆகியன துணியப்பட வேண்டிய மாறிலிகளாகும். ஒரு நிலையான படகு B ஆனது $(7i + 12.5j) \text{ km}$ என்னும் தானக்காவியுடன் ஒரு தானத்தில் உள்ளது.
 - d) $t=3$ ஆகும் போது B இலிருந்து S இற்கான தூரத்தினைக் காண்க.
 - e) பின்வரும் சந்தர்ப்பங்களில் நேரம் t இனைக் காண்க.
 - i. S ஆனது B இற்கு வடக்காக இருக்கும் போது,
 - ii. S ஆனது B இற்கு கிழக்காக இருக்கும் போது.

2.

a) ஒரு நிலையான மையம் O சார்பாக, புள்ளிகள் A மற்றும் B இனது தானக்காவிகள் முறையே $(10\hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k})$ மற்றும் $(8\hat{i} + 3\hat{j} + 4\hat{k})$ ஆகும்.

i. புள்ளிகள் A மற்றும் B இனுடாக செல்லும் நேர்க்கோடு l இனது காவிச் சமன்பாட்டினைக் காண்க.

புள்ளி C ஆனது $(3\hat{i} + 12\hat{j} + 3\hat{k})$ என்னும் தானக்காவியினைக் கொண்டுள்ளது. புள்ளி P ஆனது l இல் உள்ளது. காவி CP ஆனது l இற்கு செங்குத்தானது என தரப்பட்டுள்ளது.

ii. புள்ளி P இனது தானக்காவியினைக் காண்க.

b) இரண்டு நேர்க்கோடுகள் l_1 மற்றும் l_2 ஆகியன முறையே

$$l_1 \equiv r = (5\hat{i} - \hat{j} + 2\hat{k}) + \lambda(\hat{i} + \sqrt{15}\hat{j} - 2\hat{k}) \text{ மற்றும்}$$

$$l_2 \equiv r = (7\hat{i} + \hat{j} - 4\hat{k}) + \mu(\hat{i} + \sqrt{15}\hat{j} + \hat{k}) \text{ எனத் தரப்படுகின்றன என்க, இங்கு } \lambda \text{ மற்றும் } \mu \text{ ஆகியன பரமானங்கள் ஆவதுடன் } d \text{ ஆனது ஒரு மெய் எண் ஆகும்.}$$

i. l_1 மற்றும் l_2 ஆகியன ஒன்றுடன் ஒன்று சந்திக்காது எனின் d இனது பெறுமானங்களைக் காண்க.

ii. l_1 மற்றும் l_2 ஆகியன ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்தானவை எனின் d இனது பெறுமானத்தினைக் காண்க.

c) \underline{a} , \underline{b} மற்றும் \underline{c} ஆகியன ஒருதளமற்ற காவிகள் என்க, $\underline{f} = 5\underline{a} + 6\underline{b} + 7\underline{c}$, $\underline{g} = 7\underline{a} - 8\underline{b} + 9\underline{c}$ மற்றும் $\underline{h} = 3\underline{a} + 20\underline{b} + 5\underline{c}$ என்பவற்றால் தரப்படும் மூன்று காவிகளும் ஏகபரிமாணமுறையாய்ச் சாராதவைகளா? உமது விடையினை நியாயப்படுத்துக.

3.

a) $2\hat{i} - 3\hat{j} + 6\hat{k}$ என்னும் காவியிற்கு செவ்வன்னாகவும் புள்ளி $A(2, p, 1)$ இனுடாகவும் செல்லும் தளத்தினது தூரமானது மையத்திலிருந்து 4 ஆகும். இத்தளத்தினது தெக்காட்டின் சமன்பாட்டினை p இனது சார்பில் கண்டு இதிலிருந்து p இனது பெறுமானத்தினைக் காண்க.

b) ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்தான இரண்டு தளங்கள் P_1 மற்றும் P_2 ஆகியன முறையே $P_1 \equiv 3x - ay + 2z = 0$ மற்றும் $P_2 \equiv bx + 6y - 5z = 0$ எனத் தரப்படுகின்றன என்க, இங்கு a மற்றும் b ஆகியன மெய் எண்கள் ஆகும்.

i. $3b - 6a = 10$ எனக் காட்டுக.

$r = (4\mathbf{i} - \mathbf{j} + 2\mathbf{k}) + \lambda(2\mathbf{i} + \mathbf{j} - \mathbf{k})$ என்னும் சமன்பாட்டினால் தரப்படுகின்ற ஒரு நேர்க்கோடு l ஆனது தளம் P_1 இனை சந்திக்கின்றது. நேர்க்கோடு l மற்றும் தளம் P_1 இற்கிடையிலான கோணமானது $\frac{\pi}{6}$ ஆகும்.

ii. a இனது செப்பமான பெறுமானம் மற்றும் b இனது பெறுமானம் என்பவற்றினை சேடு வடிவத்தில் காண்க.

4.

a) காவிப்பெறுமானச்சார்புகள் \underline{F} , \underline{H} மற்றும் \underline{G} ஆகியன முறையே $\underline{F}(t) = 2t\mathbf{i} - 5\mathbf{j} + t^2\mathbf{k}$, $\underline{G}(t) = (1-t)\mathbf{i} + \left(\frac{1}{t}\right)\mathbf{k}$ மற்றும் $\underline{H}(t) = (\sin t)\mathbf{i} - e^t\mathbf{j}$ எனத் தரப்படுகின்றன என்க. $A(t)e^t = \underline{H}(t) \cdot [\underline{G}(t) \times \underline{F}(t)]$ என ஆகுமாறு ஒரு சார்பு A இனைத் துணிக.

b) காவிப்பெறுமானச்சார்பு $\underline{F}(t) = \left(\frac{1}{t^2-1}\right)\mathbf{i} + \ln(2-t)\mathbf{j} + \sqrt{1-\frac{t}{3}}\mathbf{k}$ இனது ஆட்சியினைக் காண்க.

c) t நேரத்தில் வெளியொன்றில் நகரும் ஒரு துணிக்கையினது தானக்காவியானது $e^{-t} \tan^{-1}(t)\mathbf{i} + \left(\frac{1-2t}{3-t}\right)\mathbf{j} + t\left(\sin \frac{1}{t}\right)\mathbf{k}$ எனத் தரப்படுகின்றது. $t \rightarrow \infty$ ஆகும் போது இத் துணிக்கையினது தானக்காவியினைக் காண்க.

5.

a) $\underline{F}(t) \times \underline{G}(t)$ எனத் தரப்படுகின்ற சார்பினது பெறுதியினைக் t இன் சார்பில் காண்க, இங்கு $\underline{F}(t) = e^t\mathbf{i} + t^3\mathbf{j} + \mathbf{k}$ மற்றும் $\underline{G}(t) = t^2\mathbf{i} + \sin t\mathbf{j} + e^t\mathbf{k}$ ஆகும்.

b) t நேரத்தின் போது A மற்றும் B ஆகிய இரண்டு துணிக்கைகளினது தானக்காவிகள் முறையே $\mathbf{r}_1(t) = e^t\mathbf{i} + e^{2t}\mathbf{j} + e^{-t}\mathbf{k}$ மற்றும் $\mathbf{r}_2(t) = e^t\mathbf{i} + e^{-t}\mathbf{j} + e^{at}\mathbf{k}$ எனத் தரப்படுகின்றன, இங்கு a ஆனது ஒரு மெய் பெறுமான பரமானாகும். $t = \ln 2$ ஆகும் போது, A மற்றும் B ஆகிய இரண்டு துணிக்கைகளினது கதிகளானது சமனாகும். $a = 2^{3-a}$ எனக் காட்டுக. மேலும், a இனது பெறுமானத்தினைக் காண்க.

c) $C(1,2,3)$ இனை மையமாகவும், 6 அலகினை ஆரையாகவும் மற்றும் செங்குத்து காவிகள் $\mathbf{u} = 2\mathbf{i} - 3\mathbf{j} - 4\mathbf{k}$ மற்றும் $\mathbf{v} = 12\mathbf{i} + 4\mathbf{j} + 3\mathbf{k}$ இனைக் கொண்டுள்ளதானது தளத்தில் உள்ள வட்டத்தினது சமன்பாட்டினைக் காண்க.

6.

a) $\underline{r}(t) = t^2 \underline{i} + 2t \underline{j} + 2t^3 \underline{k}$ என்க. $\int_0^1 \underline{r}(t) \cdot \frac{d\underline{r}}{dt} dt$ இனைக் கணிக்க.

b) t நேரத்தின் போது துணிக்கை P இனது தானக்காவியானது $e^{-t} \underline{i} + \underline{j} - t^2 \underline{k}$ எனத் தரப்படுகின்றது. $\underline{F}(t)$ ஆனது P இல் உள்ள மாறும் விசையாவதுடன் இவ்விசையானது $\underline{F}(t) = e^t \underline{i} + t^2 \underline{j} - 2t \underline{k}$ எனத் தரப்படுகின்றது என்க. $t=0$ இலிருந்து $t=2$ வரையில் இவ்விசையினால் செய்யப்படும் வேலையினைக் காண்க.

c) t நேரத்தின் போது ஒரு துணிக்கையினது ஆர்முடானது $\underline{a}(t) = t^2 \underline{i} - t \underline{j} + \underline{k}$ எனத் தரப்படுகின்றது. நேரம் $t=1$ ஆகும் போது, துணிக்கையினது தானக்காவியானது \underline{j} ஆக இருந்ததுடன் அத்துணிக்கையானது $\underline{i} + \underline{j} + \underline{k}$ என்னும் வேகத்துடன் நகர்ந்துக் கொண்டிருந்தது. t நேரத்தின் போது துணிக்கையினது தானத்தினைக் காண்க.

@@@@ முற்றும் @@@@