

இலங்கை திறந்த பல்கலைக்கழகம்
 விஞ்ஞானமாணி/கல்விமாணி பட்டப்பாடநெறி
 இறுதிப் பரீட்சை - 2016/2017
 தூய கணிதம் - மட்டம் 03
 PUU1140/PUE3140 - தர்க்கவியலும் கணித நிறுவல்களும்



காலம்: - இரண்டு மணித்தியாலங்கள்

திகதி: - 04-08-2017

நேரம்: - மு.ப 9:30 - மு.ப 11:30

நான்கு வினாக்களுக்கு மட்டும் விடையளிக்கുക.

1. (a) பின்வரும் ஒவ்வொரு கூற்றுக்களினதும் எதிர் வைப்பினை எழுதுக. பின்வரும் ஒவ்வொரு கூற்றுக்களையும் நிறுவுக. $m, n \in \mathbb{N}$ எனக் கருதுக.
 - (i) mn ஆனது ஒற்றை எனின் m ஆனது ஒற்றை மற்றும் n ஆனது ஒற்றை ஆகும்.
 - (ii) $m^2 + n^2 > 25$ எனின் $m \geq 4$ அல்லது $n \geq 4$ ஆகும்.
 - (iii) செவ்வகம் ஒன்றினது சுற்றளவானது 12 மீற்றர் எனின் அச் செவ்வகத்தின் பரப்பளவானது 9 சதுரமீற்றரினை விட குறைவாகவோ அல்லது சமனாகவோ இருக்கும்.
- (b) பின்வரும் ஒவ்வொரு கூற்றுக்களையும் சரி அல்லது பிழை என நிறுவுக.
 - (i) $\frac{r}{1+\sqrt{2}}$ ஆனது விகிதமுறும் மற்றும் $r(1+\sqrt{2})$ ஆனது விகிதமுறும் என ஆகுமாறு பூச்சியமல்லாத ஒரு மெய் எண் r உள்ளது.
 - (ii) ஒவ்வொரு $m, n \in \mathbb{N}$ இற்கும், $m^2 + n^2 > 50$ அல்லது $m^2 + n^2 < 50$ ஆகும்.
2. (a) பின்வரும் ஒவ்வொரு கூற்றுக்களினதும் மறுப்பு கூற்றினை எழுதுக. “அந்த வகையை சார்ந்தது அல்ல” (“It is not the case that”) என்னும் சொற்றொடரையும் அல்லது கூற்றுக்கு முன்னால் “இல்லாது” (“Not”) என்னும் சொல்லையும் பாவிக்க வேண்டாம். பின்வரும் ஒவ்வொரு கூற்றுக்களையும் நிறுவுக.
 - (i) $\pi + \sqrt{2}$ ஆனது ஒரு விகிதமுறும் எண் எனின் $\pi - \sqrt{2}$ ஆனது ஒரு விகிதமுறாத எண் ஆகும்.
 - (ii) $\pi 2^{\frac{1}{4}}$ ஆனது ஒரு விகிதமுறாத எண் ஆகும் அல்லது $\frac{2^{\frac{1}{4}}}{\pi}$ ஆனது ஒரு விகிதமுறாத எண் ஆகும்.
 - (iii) $r\sqrt{2}$ ஆனது ஒரு விகிதமுறும் எண் மற்றும் $r + \sqrt{2}$ ஆனது ஒரு விகிதமுறும் எண் என ஆகுமாறு பூச்சியமல்லாத ஒரு மெய் எண் உள்ளது.

(b) p, q, r என்பன எடுப்புகள் என்க. பின்வரும் ஒவ்வொரு கூற்றுக்களையும் நிறுவுக.

(i) $p \Rightarrow q$ ஆனது பொய் எனின் ($\text{not}(p \wedge q)$) $\Rightarrow q$ ஆனது பொய் ஆகும்.

(ii) $(p \Rightarrow q) \wedge (p \Rightarrow r)$ ஆனது ஒரு புனருத்தி அல்ல.

3. (a) ஒவ்வொரு $m \in \mathbb{N}$ இற்கும், $5 + m$ ஆனது முதன்மை எனின் $m = 2$ அல்லது m ஆனது முதன்மை அல்ல என நிறுவுக.

(b) அனைத்து $n \in \mathbb{N}$ இற்கும், $\frac{1}{1^2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \dots + \frac{1}{n^2} \leq 2 - \frac{1}{n}$ என நிறுவுக.

(c) அனைத்து $m, n \in \mathbb{Z} \setminus \{0\}$ இற்கும், $\frac{m}{n} + \frac{n}{m} \geq 2$ அல்லது $\frac{m}{n} + \frac{n}{m} \leq -2$ என நிறுவுக.

(d) ஒவ்வொரு $m, n \in \mathbb{N}$ இற்கும், $\sqrt{m} + \sqrt{n}$ ஆனது விகிதமுறம் எனின் \sqrt{m} ஆனது விகிதமுறம் மற்றும் \sqrt{n} ஆனது விகிதமுறம் என நிறுவுக.

4. பின்வரும் ஒவ்வொரு கூற்றுக்களையும் நிறுவுக.

(i) ஒவ்வொன்றும் 2 இனை விட கூடிய இரண்டு முதன்மை எண்களினது கூட்டுத்தொகையானது ஒரு முதன்மை எண் அல்ல.

(ii) $\frac{n}{2015} + \frac{n^2}{2017} + \frac{n^3}{2019}$ ஆனது ஒரு முழுவெண் ஆகுமாறு $n \in \mathbb{N}$ உண்டு.

(iii) அனைத்து $n \in \mathbb{N}$ இற்கும், $\frac{n^5}{3} + \frac{n^2}{2} + \frac{n}{6} \in \mathbb{N}$ ஆகும்.

(iv) அனைத்து $n \in \mathbb{N}$ இற்கும், $\frac{n^2+1}{3} \notin \mathbb{N}$ ஆகும்.

5. பின்வரும் ஒவ்வொரு கூற்றுக்களையும், உண்மையா அல்லது பொய்யா என குறிப்பிட்டு உமது விடையினை நிறுவுக.

(i) $m + n$ ஆனது முதன்மை இல்லாதவாறு எல்லா $m \in \mathbb{N}$ இற்கும், $n \in \mathbb{N}$ உண்டு.

(ii) அனைத்து $n \in \mathbb{N}$ இற்கும், $m + n$ ஆனது முதன்மை இல்லாதவாறு $m \in \mathbb{N}$ உண்டு.

(iii) $\sqrt{m} + \sqrt{n}$ ஆனது விகிதமுறாத மற்றும் \sqrt{mn} ஆனது விகிதமுறம் என ஆகுமாறு $m, n \in \mathbb{N}$ உண்டு.

(iv) $\sqrt{m} + \sqrt{n}$ ஆனது விகிதமுறம் மற்றும் \sqrt{mn} ஆனது விகிதமுறாதது என ஆகுமாறு $m, n \in \mathbb{N}$ உண்டு.

6. (a) $\sqrt{2}$ ஆனது விகிதமுறாதது என நிறுவுக.

(b) $n \in \mathbb{Z}$ என்க. $\sqrt{2^n}$ ஆனது விகிதமுறாதது என்றால் என்றால் மட்டும் n ஆனது ஒற்றையாகும் என நிறுவுக .

(c) $p, q \in \mathbb{Z}$ என்க. $\frac{p^2+q^2}{2}$ ஆனது ஒற்றை என்றால் என்றால் மட்டும் p ஆனது ஒற்றை மற்றும் q ஆனது ஒற்றையாகும் என நிறுவுக.

(d) $n \in \mathbb{N} \setminus \{1\}$ என்க. $\sqrt{2^n - 1}$ ஆனது விகிதமுறாதது என நிறுவுக. n இரட்டையாகுமாறு எல்லா $n \in \mathbb{N}$ இற்கும், $\sqrt{1 - \frac{1}{2^n}}$ ஆனது விகிதமுறாதது என்பதனை உய்த்தறிக.