



இலங்கை திறந்த பல்கலைக்கழகம்  
விஞ்ஞானத்தின் அடிப்படை பாடத்திற்கான சான்றிதழ்கள்

இறுதிப்பரீட்சை - 2018/2019

MAF2501 - கணிதம் 3 - வினாதாள் -I

காலம் : - மூன்று (03) மணித்தியாலங்கள்

திகதி: - 22/06/2019 (சனிக்கிழமை)

நேரம்: - பிப 01.30 -பிப 4.30

நீங்கள் கணிப்பான்களைப் பயன்படுத்த முடியும்.

பரீட்சை நேரத்தில் கையடக்க தொலைபேசிகளின் பாவணைகள் தடைசெய்யப்பட்டுள்ளன.

பகுதி B இதிலிருந்து குறைந்தது ஒரு வினா அடங்குமாறு ஐந்து (05) வினாக்களுக்கு விடையளிக்குக.

பகுதி A - நுண்கணிதம்

1)

a. பின்வரும் எல்லைப் பெறுமானங்களைக் காண்க.

i.  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x+1) - \sqrt{x+13}}{(x-3)}$

ii.  $\lim_{x \rightarrow 9} \frac{\sqrt{x}-3}{x-9}$

iii.  $\lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{\sin^{-1} \theta}{\theta}$  (உதவி: பொருத்தமான பிரதியீடொன்றைப் பயன்படுத்துக)

b. முதல் தத்துவங்களைப் பயன்படுத்தி பின்வரும் சார்புகளை வகையிடுக.

i.  $y = 3x^2 - x + 4$

ii.  $y = \frac{1}{x^2}$

2) பின்வரும் சார்புகளை வகையிட்டு சுருக்குக.

i.  $y = (x^3 + 1) \left( \frac{1}{2}x + 2 \right)$

ii.  $y = \frac{(2x+1)^2}{(x^2-1)^3}$

iii.  $y = (x + \sqrt{1+x^2})^n$

iv.  $y = \left( \frac{x+a}{x-a} \right)^5$

3) பின்வரும் திரிகோணகணிதச் சார்புகளை வகையிடுக.

- i.  $y = \frac{\cos x}{\cos x + \sin x}$
- ii.  $y = \operatorname{cosec}(2x + 1)$
- iii.  $y = \tan^2(3x)$
- iv.  $y = \sin^{-1} 3x + \cos^{-1} \left(\frac{x}{2}\right)$
- v.  $y = \tan^{-1} \sqrt{x}$
- vi.  $y = \sec^{-1} x$  ( $\sec^{-1} x = 1/\cos^{-1} x$  என்பதைப் பயன்படுத்துக)

4) பின்வரும் சார்புகளை  $x$  குறித்து வகையிடுக.

- i.  $y = e^{\sin^{-1} x}$
- ii.  $y = \frac{1+e^x}{1-e^x}$
- iii.  $e^y = 1 + x^2$
- iv.  $y = \ln|x + \sqrt{x^2 + a^2}|$
- v.  $y = x^{\sin x}$  (உதவி: மடக்கையைப் பயன்படுத்துக)

5)

a. வளையியொன்றின் பரமான ஆள்கூறுகள்  $x = \frac{a(1-t)^2}{1+t^2}$ ,  $y = \frac{2bt}{1+t^2}$  எனத் தரப்பட்டுள்ளன, இங்கு  $t$  ஒரு பரமானமாகும்.  $\frac{dy}{dx} = -\frac{b}{a}$  எனக் காட்டுக.

b.  $y = (1 + 4x^2) \tan^{-1}(2x)$  என்க,

- i.  $(1 + 4x^2) \frac{dy}{dx} - 8xy = 2(1 + 4x^2)$  எனவும்
- ii.  $(1 + 4x^2) \frac{d^2y}{dx^2} - 8y = 16x$  எனவும் காட்டுக.

மேலும்

- iii.  $\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)_{x=0}$  ஐக் காண்க.

6)

a.  $y = x^3 - 3x$  என்னும் வளையினுடைய திரும்பல் புள்ளிகளைக் கண்டு மேலும் அவை இழிவா அல்லது உயர்வா என்பதை வகைப்படுத்துக.

b. பின்வரும் கோவைகளை  $x$  குறித்து தொகையிடுக.

- i.  $\int (2x + 5)^6 dx$
- ii.  $\int \frac{1}{4+x^2} dx$

- iii.  $\int \frac{x^2}{x+1} dx$   
 iv.  $\int \frac{\sin x}{1+\cos x} dx$   
 v.  $\int x\sqrt{x^2+1} dx$

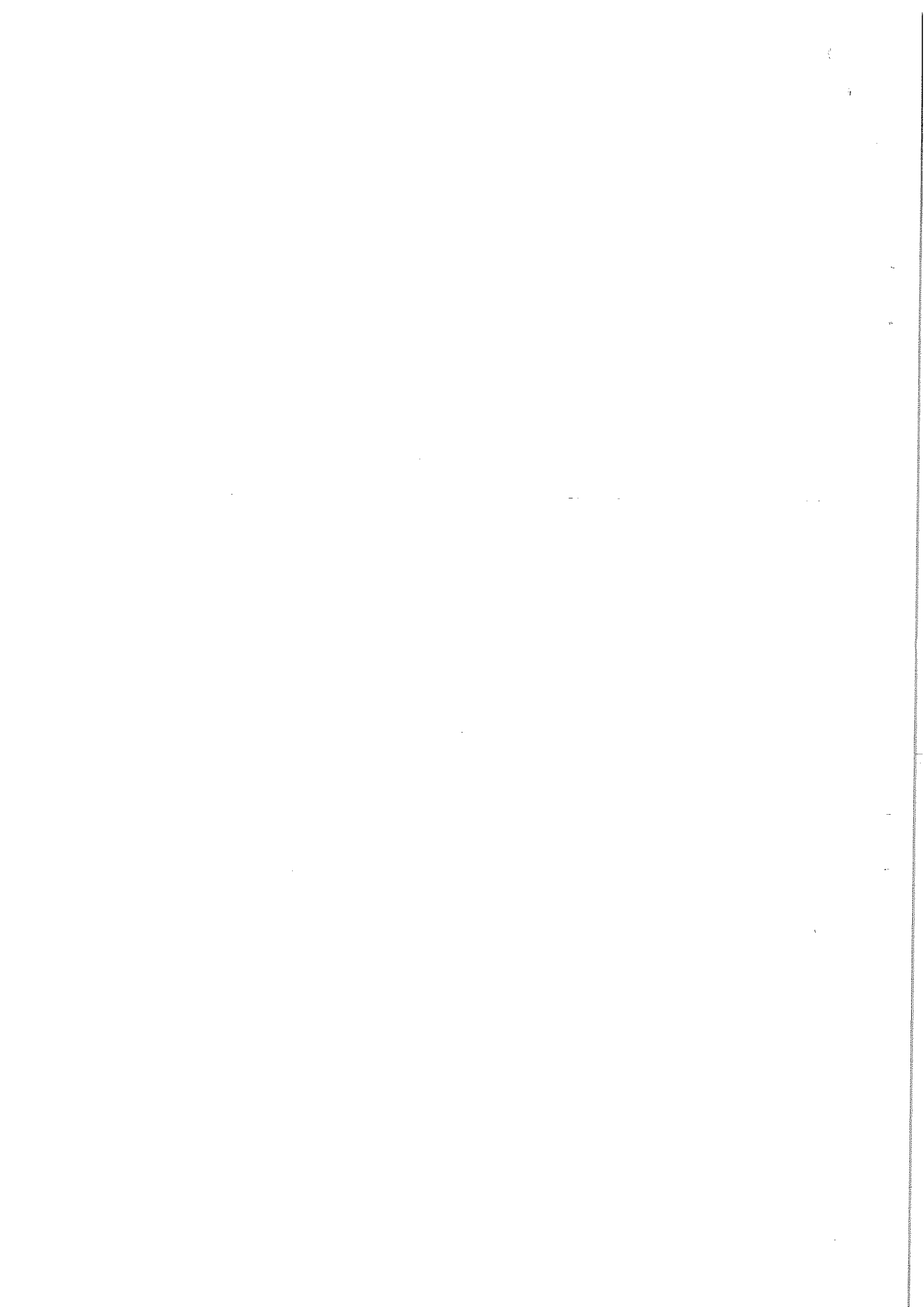
பகுதி B – ஆள்கூற்றுக் கேத்திரக்கணிதம்

7)

- a.  $x^2 + y^2 - 2x - 4y - 4 = 0$  மற்றும்  $x^2 + y^2 + 8x - 4y + 6 = 0$  என்னும் வட்டங்கள் இடைவெட்டும் புள்ளியினூடாகவும் மற்றும் உற்பத்தினூடாகவும் செல்லும் வட்டத்தின் சமன்பாட்டினைப் பெறுக.
- b.  $x^2 + y^2 - 6x + 2y - 17 = 0$  என்னும் வட்டம் மற்றும்  $x - y + 2 = 0$  என்னும் நேர்கோடு என்பன A மற்றும் B என்னும் புள்ளிகளில் இடைவெட்டுகின்றன. AB ஐ விட்டமாக கொண்ட வட்டமொன்றின் சமன்பாட்டைக் காண்க.

8)

- a.  $x^2 + y^2 + 2g_1x + 2f_1y + c_1 = 0$  மற்றும்  $x^2 + y^2 + 2g_2x + 2f_2y + c_2 = 0$  என்னும் இரண்டு வட்டங்கள் நிமிர்கோணத்தில் இடைவெட்டும் எனின்,  $2g_1g_2 + 2f_1f_2 = c_1 + c_2$  எனக் காட்டுக.
- b.  $(2, -1)$  மற்றும்  $(1, -2)$  என்னும் புள்ளிகளினூடாக செல்வதும்  $x^2 + y^2 - 2x + 3y - 5 = 0$  என்னும் வட்டத்தை நிமிர்கோணத்தில் வெட்டுவதுமான வட்டத்தின் சமன்பாட்டினைக் காண்க .





இலங்கை திறந்த பல்கலைக்கழகம்  
விஞ்ஞானத்தின் அடிப்படை பாடத்திற்கான சான்றிதழ்கள்

இறுதிப்பரீட்சை - 2018/2019

MAF2501 - கணிதம் -3 - வினாதாள் -II

காலம் : - மூன்று (03) மணித்தியாலங்கள்

திகதி: - 23-06-2019

நேரம்: - பி.ப 01.30 -பி.ப 4.00

நீங்கள் கணிப்பான்களை பயன்படுத்த முடியும். பரீட்சை நேரத்தில் கையடக்க தொலைபேசிகளின் பாவனைகள் தடைசெய்யப்பட்டுள்ளது.

ஒவ்வொரு பகுதியிலிருந்தும் குறைந்தது ஒரு வினா அடங்குமாறு ஐந்து (05) வினாக்களுக்கு விடையளிக்க.

பகுதி A - அட்சரகணிதம்

1. கணித தொகுத்தறிவு தத்துவத்தைப் பயன்படுத்தி, எல்லா நேர்நிறையெண்கள்  $n$  இற்கும்  $\frac{1}{2^2-1} + \frac{1}{3^2-1} + \dots + \frac{1}{(n+1)^2-1} = \frac{3}{4} - \frac{1}{2(n+1)} - \frac{1}{2(n+2)}$  என நிறுவுக.  $\sum_{r=1}^{\infty} \frac{1}{r(r+2)}$  என்னும் தொடரானது ஒடுங்கும் என உய்த்தறிந்து அதன் கூட்டுத் தொகையைக் காண்க. உதவி:  $(r+1)^2 - 1 = r(r+2)$ .

2. a)  $r \in \mathbb{Z}^+$  இற்கு  $U_r = \frac{3(6r+1)}{(3r-1)^2(3r+2)^2}$  மற்றும்  $n \in \mathbb{Z}^+$  இற்கு  $S_n = \sum_{r=1}^n U_r$  என்க.  $r \in \mathbb{Z}^+$  இற்கு  $U_r = \frac{A}{(3r-1)^2} + \frac{B}{(3r+2)^2}$  என ஆகுமாறு  $A$  மற்றும்  $B$  என்னும் மாறிலிகளின் பெறுமானங்களைக் காண்க. இதிலிருந்து,  $n \in \mathbb{Z}^+$  இற்கு  $S_n = \frac{1}{4} - \frac{1}{(3n+2)^2}$  எனக் காட்டுக.

- b) பெருக்கல் தொடரொன்றின் முதல்  $n$  உறுப்புகளின் கூட்டுத்தொகையானது  $S_n = \frac{a(1-r^n)}{1-r}$  எனத் தரப்படுகின்றது ( $a$ - முதல் உறுப்பு,  $r$ - பொது விகிதம்). பெருக்கல் தொடரின் இரண்டாம் உறுப்பு 24 வும் அதன் முடிவிலி வரையான கூட்டுத்தொகை 100 வும் ஆகும். பொது விகிதத்திற்கு பொருத்தமான இரண்டு பெறுமானங்கள் மற்றும் அவற்றிற்கு ஒத்த முதல் உறுப்புகள் என்பவற்றைக் காண்க.

## பகுதி B - நிலையியல்

3. a) i)  $r_1=(3,2,-1)$  மற்றும்  $r_2=(2,-1,0)$  என்பவற்றின் தானக்காவிகளை எழுதுக மேலும்

$(2r_1 - r_2)$  இனுவைய திசையில் அலகு காவியைக் காண்க.

ii) காவிகளைப் பயன்படுத்தி,  $A(3,4,5)$ ,  $B(7,8,9)$  மற்றும்  $C(4,5,6)$  ஆகிய புள்ளிகள் நேர்கோடொன்றில் உள்ளன எனக் காட்டுக.

b)  $\overrightarrow{DC} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$  என ஆகுமாறு ABCD ஒரு சரிவகம் என்க. மேலும்  $\overrightarrow{AB} = \underline{p}$  மற்றும்  $\overrightarrow{AD} = \underline{q}$  ஆகும்.  $\overrightarrow{BE} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$  என ஆகுமாறு புள்ளி E ஆனது நேர்கோடு BC யில் உள்ளது. AE மற்றும் BD என்பவற்றின் இடைவெட்டு புள்ளி F ஆனது  $\overrightarrow{BF} = \lambda\overrightarrow{BD}$  ஐத் திருத்திப்படுத்துகிறது, இங்கு  $\lambda (0 < \lambda < 1)$  ஒரு மாறிலியாகும்.

i.  $\overrightarrow{AE} = \frac{5}{6}\underline{p} + \frac{1}{3}\underline{q}$

ii.  $\overrightarrow{AF} = (1 - \lambda)\underline{p} + \lambda\underline{q}$  எனக் காட்டுக.

இதிலிருந்து  $\lambda$  இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

4. a) வழமையான குறியீட்டில், நிலையான உற்பத்தி O சார்பாக இரண்டு புள்ளிகள் A மற்றும் B என்பவற்றினுடைய தானக் காவிகள் முறையே  $\underline{i}$  மற்றும்  $\underline{i} + \underline{j}$  ஆகும். மேலும் புள்ளி C ஆனது OB இற்கு சமாந்திரமாக A இனூடாக செல்லும் நேர்கோட்டில் உள்ளது.  $\overrightarrow{OC} = (1 + \lambda)\underline{i} + \lambda\underline{j}$  எனக் காட்டுக, இங்கு  $\lambda$  ஒரு மெய்யெண் ஆகும். BC யானது OB க்கு செங்குத்தாக உள்ள போது  $\lambda$  இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

b) (i)  $\underline{a} = \underline{i} - 2\underline{j}$  மற்றும்  $\underline{b} = 3\underline{i} + \underline{j}$  ஆகியவை இரண்டு காவிகள் என்றால்,  $\underline{a} \cdot \underline{b}$  இனுவைய எண்ணி பெருக்கத்தையும்  $\underline{a}$  மற்றும்  $\underline{b}$  என்பவற்றுக்கு இடையிலான கோணத்தையும் காண்க.

(ii) எண்ணி பெருக்கத்தை பயன்படுத்தி,  $|\underline{a} + \underline{b}|^2 = |\underline{a}|^2 + 2\underline{a} \cdot \underline{b} + |\underline{b}|^2$  எனக் காட்டுக.

அலகுகாவிகள்  $\underline{a}$  மற்றும்  $\underline{b}$  என்பவற்றுக்கு இடையிலான கோணம்  $\theta$  எனின்,  $\underline{a} + \underline{b}$  யும் கூட ஒரு அலகுகாவியாகுமாறு உள்ள கோணம்  $\theta$  ஐப் பெறுக.

5. a)  $\underline{a} = 2\underline{i} + \underline{j} + 3\underline{k}$ ,  $\underline{b} = \underline{i} - 2\underline{j} + \underline{k}$  மற்றும்  $\underline{c} = \underline{i} + 4\underline{j} + 2\underline{k}$  என்பன தானக் காவிகள் என்றால்  $\underline{a} \cdot \underline{b} + \underline{a} \cdot \underline{c} = \underline{a} \cdot (\underline{b} + \underline{c})$  என உய்த்தறிக.
- b) ஒரு முக்கோணி ABC இன் உச்சிகள் A(3,2,1), B(5,3,-2) மற்றும் C(2,-3,4) ஆகும். முக்கோணி ABC இனுடைய பரப்பளவைக் காண்க.
6. a) ஒரு சாய்சதுரத்தின் மூலைவிட்டங்கள் செங்கோணங்களில் இடைவெட்டும் எனக் காட்டுக.
- b) வலக்கை தெக்காட்டிக்குரிய ஆள்கூற்றுத்தொகுதியில்,  $\underline{i}$ ,  $\underline{j}$ ,  $\underline{k}$  என்பன முறையே ox, oy மற்றும் oz என்பவற்றின் நேர் திசைகளில் ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்தான அலகு காவிகள் ஆகும்.  $\underline{a} = 2\underline{i} + \underline{j} - \underline{k}$ ,  $\underline{b} = 3\underline{i} - 2\underline{j} + \underline{k}$  மற்றும்  $\underline{c} = -\underline{i} + 3\underline{j} - 2\underline{k}$  எனின்  $\underline{a} \times \underline{b}$  ஐக் காண்க.
- i.  $\underline{c} \times (\underline{a} \times \underline{b}) = -3\underline{i} - 5\underline{j} + 8\underline{k}$  எனவும்
- ii.  $\underline{c}$  மற்றும்  $\underline{a} \times \underline{b}$  என்னும் காவிகள் ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்து எனவும் காட்டுக.

### பகுதி C – இயக்கவியல்

7. இலேசான நெகிழ்வற்ற இழையொன்றின் முனைகள் P மற்றும் Q என்பவற்றில் முறையே m மற்றும் M என்னும் திணிவுகள் இணைக்கப்பட்டுள்ளன. இழையானது ஒப்பமான நிலையான வளையம் O இனுடாக செல்கின்றது. M ஆனது சுயாதீனமாக இருப்பதோடு m ஆனது மாறா வேகம் u உடன் கிடைவட்டமொன்றில் இயங்குகின்றது.
- i. OP இன் சாய்வு நிலைக்குத்துக்கு  $\cos^{-1} \frac{m}{M}$  எனவும்
- ii. m இன் சுழற்சியின் ஆரை  $\frac{\sqrt{M^2 - m^2}}{M} (OP)$  எனவும்
- iii.  $u^2 = \frac{(M^2 - m^2)}{Mm} g(OP)$  எனவும்
- iv. வளையத்தின் மீதான தாக்கம்  $g\sqrt{2M(M + m)}$  எனவும் காட்டுக.

8. a) திணிவுள்ள துணிக்கையொன்றானது  $l$  நீளமுடைய இலேசான நெகிழ்வற்ற இழையொன்றில் நிலையான புள்ளியொன்றுடன் இணைக்கப்பட்டுள்ளது. துணிக்கையானது மாறா கோண வேகமொன்றுடன் கிடையான வட்டத்தில் இயங்குகின்ற போது, இழையின் நிலைகுத்துடனான கோணமானது  $\propto$  ஆகும். ஒரு சுழற்சிக்கு எடுக்கும் நேரமானது  $2\pi \sqrt{\frac{l \cos \alpha}{g}}$  எனக் காட்டுக.

b)  $m$  திணிவுள்ள துணிக்கையொன்றானது  $l$  நீளமுடைய இலேசான நெகிழ்வற்ற இழையொன்றின் ஒரு முனையில் இணைக்கப்பட்டுள்ளது. இழையின் மறுமுனையானது நிலையான புள்ளியொன்றான  $O$  உடன் இணைக்கப்பட்டுள்ளதுடன் துணிக்கையானது புவி ஈர்ப்பின் கீழ் சமநிலையிலுள்ளது. தற்போது துணிக்கையானது  $u$  என்னும் வேகத்துடன் கிடையாக எறியப்படுகின்றது.

i. இழையானது  $O$  இனாடான நிலைகுத்துடன் கீழ் நோக்கி  $\theta$  கோணத்தை அமைக்கும் போது இழையிலுள்ள இழுவிசை  $m \left( 3g \cos \theta - 2g + \frac{u^2}{l} \right)$  எனக் காட்டுக.

ii. துணிக்கையானது பின்னர்  $O$  இன் கிடை மட்டத்தை அடையக் கூடியதாகவுள்ள  $u$  இன் சாத்தியமான மிகக்குறைந்த பெறுமானத்தைக் காண்க.

9.  $m$  திணிவுடைய ஒப்பமான ஒரு சிறிய துணிக்கை  $P$  ஆனது நிலைகுத்தான தளமென்றில் பொருத்தப்பட்டுள்ள  $O$  இல் மையத்தையும்  $r$  ஆரையும் உடைய மெல்லிய ஒப்பமான வட்டக் குழாயொன்றில் புவி ஈர்ப்பின் கீழ் அசையுமாறு விடுவிக்கப்படுகின்றது. துணிக்கையானது குழாயின் அதி கீழ் புள்ளியிலிருந்து கிடையாக  $\sqrt{3gr}$  என்னும் வேகத்தில் எறியப்படுகின்றது.

துணிக்கையின் இயக்கத்திற்கான சக்திக் காப்பு விதியை ஏன் பயன்படுத்த முடியும் என்பதை விளக்குக.

OP ஆனது நிலைகுத்தாக கீழ் நோக்கி  $\theta$  கோணத்தை அமைக்கும் போது துணிக்கையின் வேகம்  $v$  எனின்,  $v^2 = gr(1 + 2 \cos \theta)$  எனக் காட்டுக.

இதிலிருந்து  $\cos \theta = -\frac{1}{3}$  ஆகும் போது துணிக்கையின் மீதான குழாயின் தாக்கம் அதன் திசையை மாற்றும் எனக் காட்டி அவ்வேளையில் துணிக்கையின் வேகத்தைக் காண்க.