



இலங்கை திறந்த பல்கலைக்கழகம்
விஞ்ஞானத்தின் அடிப்படை பாடத்திற்கான சான்றிதழ்கள்

இறுதிப் பரீட்சை - 2018/2019

MAF2502 - கணிதம் 4 - வினாத்தாள் I

காலம்: மூன்று (3) மணித்தியாலங்கள்

திகதி: - 28-12-2019

நேரம்: - பி.ப 1.30 - பி.ப 4.30

நீங்கள் நிகழ்ச்சி படுத்தப்பட முடியாத கணிப்பான்களைப் பயன்படுத்த அனுமதிக்கப்படுவீர்கள். பரீட்சை நேரத்தில் கையடக்க தொலைபேசிகளின் பாவனைகள் தடை செய்யப்பட்டுள்ளன.

ஒவ்வொரு பகுதியிலிருந்தும் ஆக குறைந்தது ஒரு வினா அடங்கலாக ஐந்து (5) வினாக்களுக்கு விடையளிக்கുക.

பகுதி A - அட்சரகணிதம்

(1) a) $(1 + i)^6$ என்னும் சிக்கலெண்ணை விரித்து எழுதுக மற்றும் அது ஒரு தூய கற்பனையெண் என நிறுவுக.

b) A, B, C என்னும் புள்ளிகளினால் $-i$, $-5 + 4i$, $1 + i$ என்னும் சிக்கலெண்களை ஆகண் வரைபடத்தில் குறித்து காட்டுக. ABC என்பது செங்கோணம் என நிறுவுக.

c) பின்வருவனவற்றினுடைய மட்டு மற்றும் வீச்சினைக் காண்க.

(i) $1 + i$ (ii) $2\sqrt{3} + 2i$

இதிலிருந்து பின்வருவனவற்றினுடைய மட்டு மற்றும் வீச்சினைக் காண்க.

(iii) $(1 + i)(2\sqrt{3} + 2i)$ (iv) $\frac{2\sqrt{3} + 2i}{1 - i}$

உதவி: $z_1 = r_1(\cos \theta_1 + i \sin \theta_1)$ மற்றும் $z_2 = r_2(\cos \theta_2 + i \sin \theta_2)$ எனின்,

$$z_1 z_2 = r_1 r_2 [\cos(\theta_1 + \theta_2) + i \sin(\theta_1 + \theta_2)] \text{ மற்றும்}$$

$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{r_1}{r_2} [\cos(\theta_1 - \theta_2) + i \sin(\theta_1 - \theta_2)] \text{ ஆகும்.}$$

(2) a) $\frac{3-2i \sin \theta}{1+2i \sin \theta}$ என்பது (i) மெய் (ii) தூய கற்பனை என ஆகுமாறான θ இன் பெறுமதியினைக் காண்க.

b) $Z = \frac{(1+i)(1+\sqrt{3}i)}{1-i}$ என்னும் சிக்கலெண்ணை $r\{\cos \theta + i \sin \theta\}$ என்னும் வடிவத்தில் தருக

இங்கு $r > 0$ மற்றும் $0 \leq \theta < 2\pi$ ஆகும்.

c) பின்வருவனவற்றின் Z இனை ஆகண் வரைபடத்தில் குறிக்க. (ஒரே தளத்தினை பயன்படுத்துக்க)

$$(i) \text{Arg}(Z - 1) = \frac{2\pi}{3}$$

$$(ii) \text{Arg}(Z + 1) = \frac{\pi}{6},$$

இதிலிருந்து $\arg(Z - 1) = \frac{2\pi}{3}$ மற்றும் $\arg(Z + 1) = \frac{\pi}{6}$ என ஆகுமாறு Z இனைக் காண்க.

பகுதி B -- இயக்கவியல்

(3) துணிக்கை ஒன்றானது P மற்றும் Q என்னும் இரண்டு புள்ளிகளுக்கு இடையில் ஏகபரிமான எளிய இசை இயக்கத்துடன் பயணம் செய்து கொண்டிருக்கின்றது. PQ இன் தூரம் 6m மற்றும் துணிக்கையின் அதிகபட்ச ஆர்முடுகல் 16 ms^{-2} எனின்,

- P யில் இருந்து 1.5m தூரத்தை,
- P யில் இருந்து PQ இன் நடுப்புள்ளி O ஐ,
- PO இன் நடுப்புள்ளியிலிருந்து OQ இன் நடுப்புள்ளியை,

அடைய எடுத்த நேரத்தினைக் காண்க.

(4) நீட்சியடையாத l என்னும் நீளத்திசையுடைய ஒரு மெல்லிய மீள் இழையானது நிலையான ஒருபுள்ளியில் இருந்து இணைக்கப்பட்டுள்ளது மற்றும் m என்னும் திணிவுடைய ஒரு துணிக்கையானது நீட்சி $\frac{3l}{8}$ ஆக உள்ள போது சுயாதீன முனையில் ஓய்விலிருந்து தொங்கவிடப்பட்டுள்ளது. துணிக்கையானது மேலும் ஒரு $\frac{5l}{8}$ என்னும் தூரத்திற்கு இழுக்கப்பட்டு ஓய்விலிருந்து விடுவிக்கப்படுகின்றது. இழையினது மீள்தன்மை மட்டினைக் காண்க. அதனுடைய இயக்கமானது எளிய இசை இயக்கம் என நிறுவுக மற்றும்

- அலைவு காலத்தினை காண்க,
- துணிக்கையினுடைய அதிகபடிய கதியினைக் காண்க.

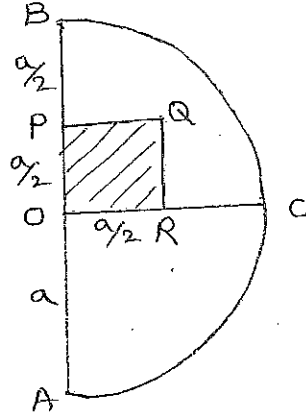
பகுதி C - நிலையியல்

- (5) உச்சி O, அரை நிலைக்குத்து கோணம் α மற்றும் உயரம் h இனைக் கொண்ட அடித்தளம் இல்லாத வெற்று கூம்பு ஒன்றானது ஒரு அலகு பரப்பளவுக்கு σ திணிவுடைய ஒரு சீரான மெல்லிய உலோக தாளினால் உருவாக்கப்பட்டுள்ளது. அதனுடைய திணிவானது $\rho \sigma h^2 \sec \alpha \tan \alpha$ எனக் காட்டுக, மேலும் அதனுடைய திணிவு மையத்தின் தானத்திணையும் காண்க.

அதே உலோகத்தினால் உருவாக்கப்பட்ட மையம் B இணையும் ஆரை $h \tan \alpha$ இணையும் உடைய சீரான வட்ட தட்டு ஒன்றானது மேல் கூறப்பட்ட கூம்பின் அடித்தளமாக பொறுத்தப்படுகின்றது. O இல் இருந்தானா கலப்பு உடலினது திணிவு மையத்தின் தூரம் $\frac{h(\frac{2}{3} \sec \alpha + \tan \alpha)}{\sec \alpha + \tan \alpha}$ எனக் காட்டுக.

கலப்பு உடலானது அடித்தளத்தின் விளிம்பிலுள்ள A என்னும் புள்ளியில் இருந்து தொங்கவிடப்படுகின்றது. AO மற்றும் AB என்பன நிலைக்குத்துடன் கீழ்நோக்கி சமமான கோணங்களினை அமைக்கும் எனின், $\sin \alpha = \frac{1}{3}$ எனக் காட்டுக.

- (6) தொகையீட்டினைப் பயன்படுத்தி a என்னும் ஆரையினையுடைய ஒரு சீரான அரைவட்ட அடரினுடைய ஈர்ப்பு மையமானது மையத்திலிருந்து $\frac{2a}{3\pi}$ என்னும் தூரத்தில் உள்ளது என நிறுவுக.



ABC என்னும் அவ்வாறான அடரானது AOB இனை விட்டமாகவும் மற்றும் AB இற்கு செங்குத்தாக OC என்னும் ஆரையினையும் உடையது. சதுரம் OPQR ஒன்றானது அடரிலிருந்து இருந்து வெட்டி எடுக்கப்படுகின்றது. P ஆனது OB இல் உள்ளது மற்றும் $OP = a/2$ ஆகும். R என்பது OC யில் உள்ளது. மிகுதியுள்ள பகுதியின் OA மற்றும் OC தூரத்திலிருந்தான திணிவின் மையத்தைக் காண்க.

இவ் அடரானது A இல் இருந்து இணைக்கப்பட்டு சமநிலையில் தொங்கிக்கொண்டு இருக்கின்ற போது AB ஆனது செங்குத்துடன் அமைக்கும் கோணத்தினைக் காண்க.

பகுதி D - நிகழ்தகவு

(7) a) $\varepsilon = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ $A = \{2, 3, 4, 5\}$ $B = \{3, 4, 7, 8\}$ $C = \{4, 5, 6, 7\}$ என்க.

(i) மேலுள்ள தரவுகளை வென்வரிபடம் ஒன்றில் காட்டுக.

(ii) துணிக: A' , $A' \cap B$, $B \cap C'$, $(A \cup B) \cap C$, $(B \cup C) \cap A'$

$$n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(A \cap C) - n(B \cap C) +$$

(iii) $n(A \cap B \cap C)$

என்பதனை வாய்ப்புப் பார்க்குக.

b) $p(F) = 0.6$, $p(G) = 0.25$ மற்றும் $p(F \cup G) = 0.7$ எனின், F மற்றும் G என்பன சாராத நிகழ்ச்சிகள் எனக் காட்டுக.

c) ஒரு தாயக்கட்டையும் இரண்டு நாணயங்களும் ஒரே நேரத்தில் சுழற்றப்படுகின்றன.

(i) சாத்தியமான மாதிரி வெளியினை எழுதுக.

(ii) தாயக்கட்டையில் இரட்டை எண்ணும் மற்றும் நாணயமொன்றில் ஒரு தடவையேனும் தலையும் விழுவதற்கான நிகழ்தகவைக் காண்க.

(8) a) A மற்றும் B என்னும் இரண்டு எழுமாற்று நிகழ்ச்சிகள் தொடர்பாக $P(A \cup B)$,

$P(A \cap B)$ மற்றும் $P(A/B)$ என்னும் நிகழ்தகவுகளை வரையறுக்குக.

b) A, B என்னும் இரண்டு எழுமாற்று நிகழ்ச்சிகள் $P(A) = 0.6$, $P(B) = 0.2$ மற்றும்

$P(A/B) = 0.1$ என்னும் நிகழ்தகவுகளைக் கொண்டுள்ளன. A, B என்னும் நிகழ்ச்சிகளுக்குரிய

i. இரண்டு நிகழ்ச்சிகளும் இடம் பெறுவதற்கான

ii. நிகழ்ச்சிகளில் சரியாக ஒன்று மட்டும் இடம் பெறுவதற்கான மற்றும்

iii. நிகழ்ச்சிகள் ஒன்றும் இடம்பெறாமல் இருப்பதற்கான

நிகழ்தகவுகளைக் கணிக்குக.

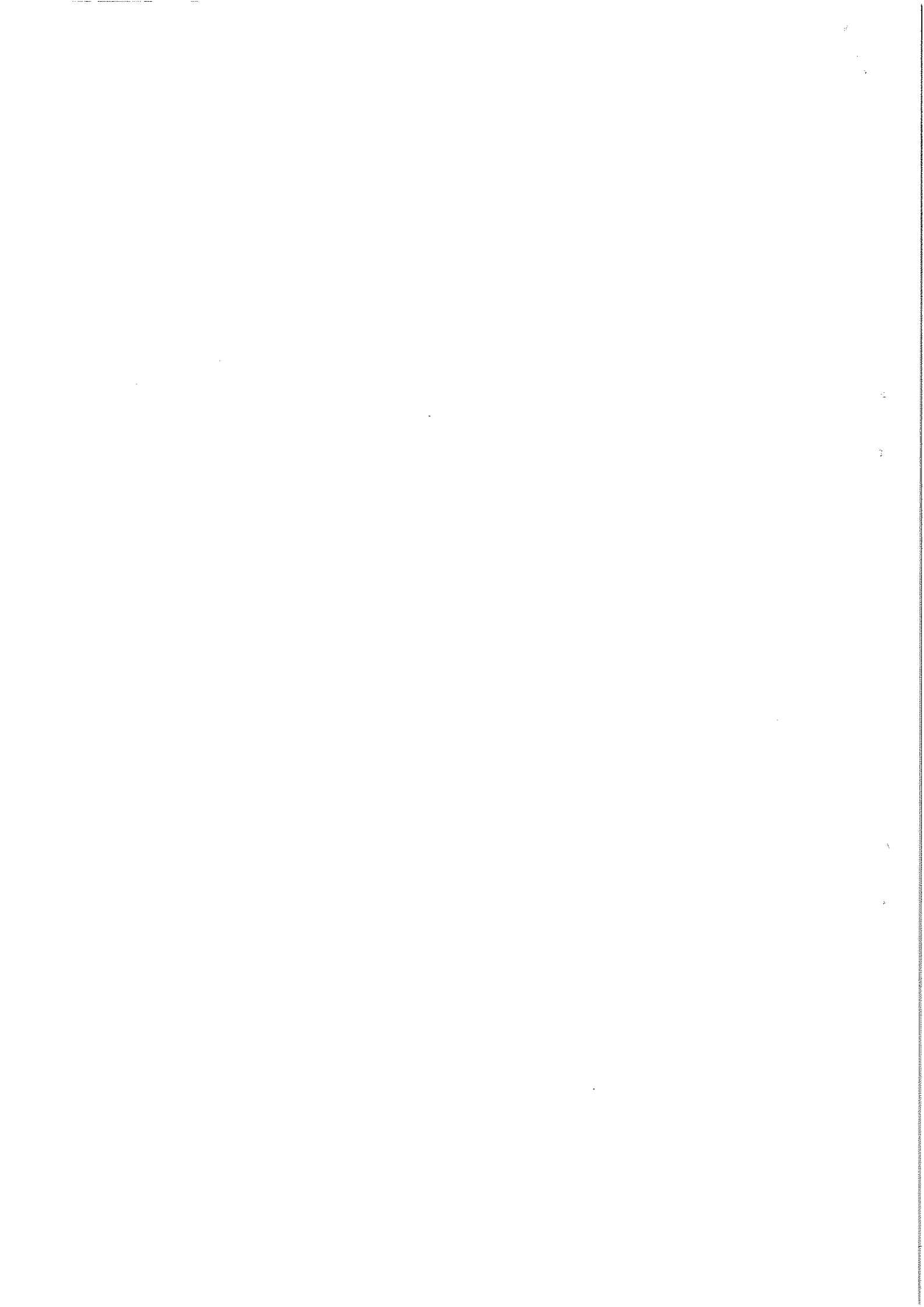
c) 50 LED மின் விளக்குகளை கொண்ட தொகுதி ஒன்றானது, குறைபாடுள்ள 3 மின் விளக்குகளை கொண்டுள்ளது. தொகுதியிலிருந்து 2 மின்விளக்குகள் எழுமாறாக தெரிவு செய்யப்படுகின்றன.

- (i) தெரிவு செய்யப்பட்ட இரண்டு மின் விளக்குகளும் குறைபாடுள்ளதாக இருப்பதற்கான,
- (ii) ஒன்று மட்டும் குறைபாடுள்ளதாக இருப்பதற்கான,
- (iii) எதுவும் குறைபாடுள்ளதாக இல்லாமல் இருப்பதற்கான,

நிகழ்தகவு என்ன?

(9) a) ஒரு பை ஒரே அளவை கொண்ட 6 சிவப்பு பந்துகளையும் 4 வெள்ளை பந்துகளையும் கொண்டுள்ளது. மீள் வைப்பு இல்லாமல் ஒரு நேரத்தில் ஒன்று என மூன்று பந்துகள் எழுமாறாக எடுக்கப்படுகின்றன. மரவரிப்படத்தினை வரைந்து இரண்டாவது பந்து வெள்ளை எனத் தரப்பட்டுள்ள போது மூன்றாவது பந்து சிவப்பாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவினைக் காண்க.

b) குறித்த ஒரு நாளில் அரசு உத்தியோகத்தர் ஒருவர் காரில், பேருந்தில், புகையிரதத்தில் வேலைக்கு செல்வதற்கான நிகழ்தகவுகள் முறையே $\frac{1}{10}$, $\frac{2}{5}$ மற்றும் $\frac{1}{2}$ ஆகும். மேற்கூறப்பட்ட பயண முறைகளின் மூலம் அவர் வேலைக்கு தாமதமாவதற்கான நிகழ்தகவுகள் முறையே $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{2}$ மற்றும் $\frac{3}{10}$ ஆகும். குறித்த ஒரு நாளில் அவர் தாமதமடைந்துள்ளார் எனின் பேசின் தேற்றத்தினை பயன்படுத்தி அவர் புகையிரதத்தில் பயணம் செய்திருப்பதற்கான நிகழ்தகவினைக் கணிக்க.





இலங்கை திறந்த பல்கலைக்கழகம்
விஞ்ஞானத்தின் அடிப்படைப் பாடத்திற்கான சான்றிதழ்கள்
இறுதிப் பரீட்சை - 2018/2019

MAF2502 - கணிதம் 4 - வினாத்தாள் II

காலம்:- மூன்று (03) மணித்தியாலங்கள்

திகதி:-29-12-2019

நேரம்:- பிய 1.30-- பிய 4.30

நீங்கள் கணிப்பான்களை பயன்படுத்த முடியும். பரீட்சை நேரத்தில் கையடக்க தொலைபேசிகளின் பாவணைகள் தடைசெய்யப்பட்டுள்ளன.

ஒவ்வொரு பகுதியிலும் இருந்து ஆக குறைந்தது இரு (2) வினாபடி ஐந்து (05) வினாக்களுக்கு விடையளிக்க.

பகுதி A - நுண்கணிதம்

(1) a) பொருத்தமான பிரதியீடு ஒன்றை பயன்படுத்தி பின்வருவனவற்றை மதிப்பிடுக,

i. $\int \frac{x dx}{\sqrt{x+3}}$

ii. $\int \frac{dx}{x^2 \sqrt{9-x^2}} \quad |x| < 3$ என தரப்பட்டுள்ளது

b) பகுதி பின்னங்களை பயன்படுத்தி, $\int \frac{x^2 dx}{(x-1)^3 (x+1)}$ இனைக் காண்க.

(2) a) பகுதியாக தொகையிடுவதன் மூலம், $\int x \tan^{-1} x dx$ என்னும் தொகையீடை மதிப்பிடுக.

b) $I = \int_0^\pi e^{-2x} \cos x dx$ மற்றும் $J = \int_0^\pi e^{-2x} \sin x dx$ என்க.

பகுதியாக தொகையிடுவதன் மூலம், $I = 2J$ மற்றும் $J = 1 + e^{-2\pi} - 2I$ எனக் காட்டுக.

இதிலிருந்து I மற்றும் J என்பவற்றின் பெறுமானங்களைக் காண்க.

c) $\int \frac{dx}{4 \cos x + 3 \sin x + 5}$ இனை மதிப்பிடுக.

(3) a) $\int \cos^4 x \sin^5 x dx$ இனைக் காண்க.

b) (i) $\int \frac{dx}{\sqrt{3+2x-x^2}}$ இனைக் காண்க.

(ii) $\frac{d}{dx}(\sqrt{3+2x-x^2})$ இனைக் காண்க மற்றும் இதிலிருந்து $\int \frac{x-1}{\sqrt{3+2x-x^2}} dx$ இனைக் காண்க.

மேலே உள்ள தொகையீடுகளைப் பயன்படுத்தி, $\int \frac{x+1}{\sqrt{3+2x-x^2}} dx$ இனைக் காண்க.

(4) a) $\int \sin^n x dx$ இற்கான ஒடுக்கற் சூத்திரத்தைப் பெறுக.

இதிலிருந்து, $\int \sin^6 x dx = -\frac{1}{6} \cos x \sin^5 x + \frac{5}{6} \int \sin^4 x dx$ எனக் காட்டுக.

b) பின்வரும் வரையறுத்த தொகையீடுகளைத் துணிக.

(i) $\int_1^4 (\sqrt{x} + 2x^{3/2}) dx$ (ii) $\int_0^1 x^2 e^{-x} dx$

c) நேர்கோடு $y = 2x$ மற்றும் வளையி $y = x^2$ என்பவற்றால் மூடப்பட்டுள்ள பகுதியின் பரப்பளவைக் காண்க.

பகுதி B - புள்ளிவிபரவியல்

(5) a)

வகுப்பாயிடை	மீடறன்
3 - 6	2
6 - 9	5
9 - 12	7
12 - 15	2

மேலே தரப்பட்டுள்ள தரவுகளுக்கு,

- (i) மீடறன் பஸ்கோணியை வரைக,
(ii) திரள் மீடறன் வளையியை வரைக.

b) பின்வரும் அட்டவனையானது நூலகம் ஒன்றில் உள்ள புத்தகங்களின் விபரங்கள் புத்தகமொன்றின் பக்கங்களின் எண்ணிக்கைக்கு அமைவாக வகைப்படுத்தப்பட்டுள்ளதை காட்டுகிறது.

வகை	பக்கங்களின் எண்ணிக்கை	புத்தகங்களின் எண்ணிக்கை
A	10-15	5
B	50-90	3
C	90-130	10
D	130-170	2

- (i) இந்த நூலகத்தில் எந்த வகை புத்தகங்களை பெரும்பாலும் காணலாம் என விபரிக்கുക.
- (ii) ஒரு புத்தகத்தில் உள்ள பக்கங்களின் சராசரி எண்ணிக்கை என்ன.

c) பின்வரும் தரவுகளானது பல்பொருள் அங்காடி ஒன்றில் ஒரு தினக்கிழமையில் 13 வாடிக்கையாளர்களை கொண்ட ஒரு மாதிரி செலவழித்த தொகையின் தரவுகள் ரூபாயில் உள்ளன.

7, 3, 3, 4, 6, 2, 10, 1, 19, 12, 5, 16, 9

- (i) ஆகாரத்தைக் காண்க.
- (ii) பொருத்தமான மீடறன் பரம்பலொன்றுக்கு தரவுகளை குழுவாக்கி ஆகாரத்தை கணிக்க.
- (iii) வலையுரு வரையம் ஒன்றில் ஆகாரத்தை காட்டுக.

(6) a) பின்வரும் எண்களின் இடை மற்றும் நியம விலகலைக் காண்க.
7, 9, 18, 22, 27, 29, 32, 40.

b) பின்வரும் மீடறன் அட்டவணையானது இலங்கையில் உள்ள சில குடிமக்களில் இருந்து எழுமாறாக தேர்ந்தெடுக்கப்பட்ட ஒரு மாதிரியின் வயது பரம்பலை விபரிக்கின்றது.

வயது	மீடறன்
0 - 10	37
10 - 20	35
20 - 30	39
30 - 40	46
40 - 50	33
50 - 60	22
60 - 70	20
70 - 80	18

மேலே உள்ள சுருக்கமாக்கப்பட்ட தரவுகளின் இடை மற்றும் நியம விலகலைக் காண்க.

(7) a) பின்வரும் தரவுகளின் இடையத்தைக் காண்க.

ஊதியங்கள் ரூபாயில்	தொழிலாளர்களின் எண்ணிக்கை
60 - 70	5
50 - 60	10
40 - 50	20
30 - 40	5
20 - 30	3

- b) பின்வரும் தரவுகளின் இடை இடையம் மற்றும் நியம விலகல் சார்பாக ஓராய குணகத்தைக் கணிக்க.

மாறி	மீடறன்
100-110	4
110-120	16
120-130	36
130-140	52
140-150	64
150-160	40
160-170	32
170-180	11

- (8) a) பின்வரும் தரவுகளிலிருந்து இடையம் மற்றும் காலனைகளைக் காண்க.

மாதவருமானம்	நபர்களின் எண்ணிக்கை
50 இற்கு கீழ்	35
50 – 60	24
60 – 70	21
70 – 80	18
80 – 90	6
90 இற்கு மேல்	3

- b) கீழே தரப்பட்டுள்ள இரண்டு தொழிற்சாலைகள் A மற்றும் B தொடர்பான தரவுகளிலிருந்து பின்வருவனவற்றைக் காண்க:

- (i) ஒன்றாக சேர்க்கப்பட்ட தொழிற்சாலைகள் A மற்றும் B என்பவற்றின் ஊதியங்களின் தொடையின் இடை,
(ii) ஒன்றாக சேர்க்கப்பட்ட தொழிற்சாலைகள் A மற்றும் B என்பவற்றின் ஊதியங்களின் தொடையின் நியமவிலகல்,

	தொழிற்சாலை A	தொழிற்சாலை B
தொழிலாளர்களின் எண்ணிக்கை	100	150
ஊதியங்களின் இடை	45	55
நியம விலக்கல்	7	12

- (iii) எந்த தொழிற்சாலையின் ஊதியங்கள் கூடுதலாக மாறுபடும்? உமது விடையை நியாயப்படுத்துக. (உதவி: ஒவ்வொரு தொழிற்சாலையினதும் மாற்றகுணகத்தைக் காண்க.)