



ශ්‍රී ලංකා විවෘත විශ්ව විද්‍යාලය
විද්‍යාවේදී/අධ්‍යාපනවේදී උපාධි පාඨමාලාව
අවසාන පරීක්ෂණය - 2016/2017
ව්‍යවහාරික ගණිතය - තුන්වන මට්ටම
APU1142/APE3142 - අවකල සමීකරණ
කාලය: - පැය දෙකයි

දිනය : 28.12.2017

වේලාව: පෙ.ව. 9:30 - පෙ.ව.11:30

ප්‍රශ්න හතරකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

1.

(a) $y = e^{mx}$ යනු $\frac{d^3y}{dx^3} + 3\frac{d^2y}{dx^2} - 4\frac{dy}{dx} - 12y = 0$ අවකල සමීකරණයේ විසඳුමක් වන පරිදි

සියළු තාව්‍යීක m අගයන් සොයන්න.

(b) x ට සාපේක්ෂව $f(x) = x^2 e^{x^3}$ හි අනුකලනය සොයන්න. එනමින් හෝ අන් අයුරකින්

$\frac{dy}{dx} = e^{x+y} + x^2 e^{x^3+y}$ අවකල සමීකරණය විසඳන්න.

(c) $(2y+3)\sin^2(x)dy - (y^2+3y+1)\sin(2x)dx = 0$, $y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$ හි Initial Value Problem

(IVP) විසඳන්න.

2.

(a) $2x^2 \frac{dy}{dx} = x^2 + y^2$ සමීකරණය සජාතීය බව පෙන්වන්න. සුදුසු ආදේශයක් භාවිතාකර

ඉහත අවකල සමීකරණය විසඳන්න.

(b) $\frac{\partial u}{\partial x} = x^2$ සහ $\frac{\partial u}{\partial y} = 3y$ යන සමගාමී සමීකරණවල විසඳුම් සොයන්න.

(c) $\frac{dy}{dx} = \frac{e^x - xy^2}{x^2y + \sin(y)}$ මගින් දී ඇති අවකල සමීකරණය විසඳන්න.

3.

(a) $x \frac{dy}{dx} + 2y = x\sqrt{y}$ මගින් දී ඇති අවකල සමීකරණය විසඳන්න.

(b) $\frac{d^2y}{dx^2} - 3\frac{dy}{dx} + 2y = 2x^2 + e^x$ මගින් දී ඇති අවකල සමීකරණයේ ව්‍යක්තික අනුකලය සොයන්න.

4. $\frac{d^2y}{dx^2} - 2x\frac{dy}{dx} + 4y = 0$ අවකල සමීකරණය සඳහා x හි බල මගින් බල ශ්‍රේණි විසඳම

$$y(x) = a_0(1-2x^2) + a_1 \left(x + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{2^k(-3)(-1)(1)(3)\cdots(2k-3)}{(2k+1)!} x^{2k+1} \right)$$

හැකි බව පෙන්වන්න. මෙහි a_0, a_1 යනු අහිමත නියත සහ k යනු ස්වභාවික සංඛ්‍යාවකි.

5.

(a) $u_1 = -2$ සහ $u_2 = 12$ නම් $n \geq 3$ සඳහා $u_n + 4u_{n-1} + 4u_{n-2} = 0$ අවකල සමීකරණය විසඳන්න.

(b) එක්තරා ආර්ථිකයක් තුළ, *multiplier-accelerated* අකෘතියෙහි ආයෝජනය (I),

$$\text{ආදායම}(Y) \text{ සහ විභවය}(C) \text{ යන ප්‍රධාන රාශි } C_t = \frac{3}{8}Y_{t-1} \text{ and } I_t = 40 + \frac{1}{8}(Y_{t-1} - Y_{t-2})$$

මගින් සම්බන්ධවී ඇත. මෙහි t යටතුර කාලය වේ.

i. $Y_t = C_t + I_t$ යන තුල්‍ය අවශ්‍යතාව භාවිතාකර $Y_t - \frac{1}{2}Y_{t-1} + \frac{1}{8}Y_{t-2} = 40$ බව

පෙන්වන්න.

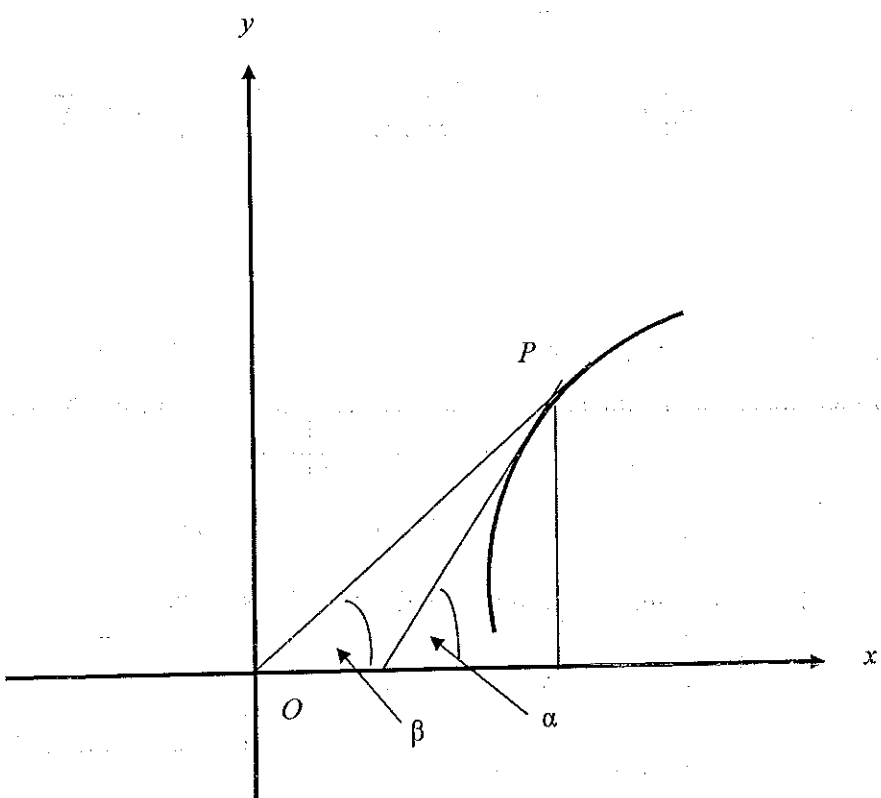
ii. $Y_0 = 65$ සහ $Y_1 = 64.5$ නම් (i)හි සඳහන් සජාතිය අවකල සමීකරණයෙහි සාධාරණ විසඳුම සොයන්න.

6. ඕනෑම P ලක්ෂ්‍යයක ස්පර්ශක රේඛාවේ කෝණය OP හි බැවුමෙහි කෝණය මෙන් තුන් ගුණයක් පරිදි වන xy තලයක් සලකමු. මෙහි $P = (x, y)$ වේ. (1 රූපය බලන්න)

(a) $\tan(3A) = \frac{3 \tan(A) - \tan^3(A)}{1 - \tan^2(A)}$ යන ප්‍රතිඵලය භාවිතා කරමින් හෝ අන් අයුරකින් $\frac{dy}{dx}, y$

සහ x යන පද සම්බන්ධ කරමින් අවකල සමීකරණයක් ව්‍යුත්පන්න කරන්න.

(b) $y = vx$ යන ආදේශය භාවිතා කර අවකල සමීකරණයේ විසඳුම $xy - c(x^2 + y^2)^2 = 0$ ලෙස implicit ආකාරයෙන් ලියා දැක්විය හැකි බව පෙන්වන්න. මෙහි c යනු අභිමත නියතයකි.



රූපය 1

@@@ End @@@