இலங்கை திறந்த பல்கலைக்கழகம்
விஞ்ஞானமாணி/ கல்விமாணி பட்டப்பாடநெறி
இறுதிப் பரீட்சை- 2016/2017
பிரயோக கணிதம் - மட்டம் 03
APU1142/APE3142 – வகையீட்டுச் சமன்பாடுகள்
காலம்: - இரண்டு மணித்தியாலங்கள்

திகதி: 28.12.2017 — நேரம்: மு.ப 9:30 – மு.ப 11:30

<u>நான்கு</u> வினாக்களுக்கு மட்டும் விடையளிக்குக.

1.

(a) $y = e^{mx}$ என்பது வகையீட்டு சமன்பாடு $\dfrac{d^3y}{dx^3} + 3\dfrac{d^2y}{dx^2} - 4\dfrac{dy}{dx} - 12y = 0$ இனது ஓர் தீர்வு ஆகுமாறு உள்ள m இனது எல்லா மெய்ப் பெறுமானங்களையும் காண்க.

(b) சார்பு $f(x) = x^2 e^{x^3}$ இன் தொகையீட்டினை x இன் சார்பாகக் காண்க. இதிலிருந்து அல்லது வேறு விதமாக வகையீட்டு சமன்பாடு $\dfrac{dy}{dx} = e^{x+y} + x^2 e^{x^3+y}$ இனைத் தீர்க்க.

(c) $(2y+3)\sin^2(x)dy - (y^2+3y+1)\sin(2x)dx = 0,\ y\left(\dfrac{\pi}{2}\right) = 1$ என்பதால் தரப்பட்டுள்ள தொடக்க மதிப்பு பிரச்சினை (Initial Value Problem) இனைத் தீர்க்க.

2.

(a) வகையீட்டுச் சமன்பாடு $2x^2\dfrac{dy}{dx} = x^2 + y^2$ ஆனது ஏகவினமானது எனக் காட்டுக. பொருத்தமான பிரதியீடு ஒன்றை பயன்படுத்தி, மேற்குறித்த வகையீட்டுச் சமன்பாட்டைத் தீர்க்க.

(b) ஒருங்கமை சமன்பாடுகள் $\dfrac{\partial u}{\partial x} = x^2$ மற்றும் $\dfrac{\partial u}{\partial y} = 3y$ என்பவற்றின் தீர்வுகளைக் காண்க.

(c) $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{e^x - xy^2}{x^2y + \sin(y)}$ எனத் தரப்பட்டுள்ள வகையீட்டுச் சமன்பாட்டினைத் தீர்க்க.

3.

(a) $x\dfrac{dy}{dx}+2y=x\sqrt{y}$ எனத் தரப்பட்டுள்ள வகையீட்டுச் சமன்பாட்டினைத் தீர்க்க.

(b) $\dfrac{d^2y}{dx^2}-3\dfrac{dy}{dx}+2y=2x^2+e^x$ எனத் தரப்பட்டுள்ள வகையீட்டுச் சமன்பாட்டின் குறிப்பிட்ட தொகையீட்டை காண்க.

4. வகையீட்டுச் சமன்பாடு $\dfrac{d^2y}{dx^2}-2x\dfrac{dy}{dx}+4y=0$ இனது வலுத்தொடர் தீர்வு x இன் வலுக்களில் $y(x)=a_0(1-2x^2)+a_1\left(x+\sum_{k=1}^{\infty}\dfrac{2^k(-3)(-1)(1)(3)\cdots(2k-3)}{(2k+1)!}x^{2k+1}\right)$ என எழுதப்படலாம் எனக் காட்டுக, இங்கு a_0, a_1 என்பவை எதேச்சை ஒருமைகளும் k என்பது ஒரு இயற்கை எண்ணும் ஆகும்.

5.

(a) $u_1=-2$ மற்றும் $u_2=12$ ஆயின் வித்தியாசச் சமன்பாடு $u_n+4u_{n-1}+4u_{n-2}=0; n\geq 3$ இனைத் தீர்க்க.

(b) குறிப்பிட்ட ஒரு பொருளாதாரத்தில் பெருக்கி–துரிதப்படுத்தல் மாதிரி ஒன்று அதனுடைய முக்கிய அளவீடுகளான; முதலீடு(I) வருமானம்(Y) கொள்ளளவு(C) என்பன $C_t=\dfrac{3}{8}Y_{t-1}$ மற்றும் $I_t=40+\dfrac{1}{8}(Y_{t-1}-Y_{t-2})$ என ஆகுமாறு இணைக்கப்பட்டுள்ளது, இங்கு கீழ்வரிபு t ஆனது நேரமாகும்.

i. $Y_t=C_t+I_t$ என்ற சமனிலை நிபந்தனையை பயன்படுத்தி,

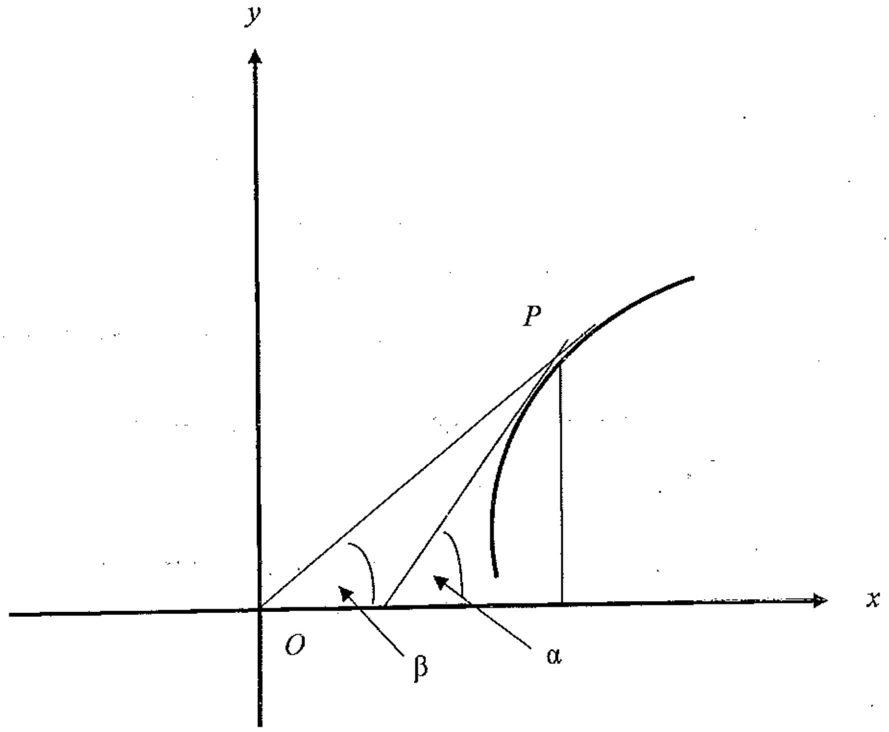
$$Y_t-\frac{1}{2}Y_{t-1}+\frac{1}{8}Y_{t-2}=40$$ எனக் காட்டுக.

ii. $Y_0=65$ மற்றும் $Y_1=64.5$ ஆயின் (i) இல் தரப்பட்ட ஏகவின வித்தியாச சமன்பாட்டின் பொதுத்தீர்வைக் காண்க.

6. படத்தில் உள்ளது போல் xy – தளத்திலுள்ள ஒரு வளையி மீதுள்ள யாதுமொரு புள்ளி P இல் வரையப்படும் தொடலிக்கோடனது அமைக்கும் கோணம் OP இன் சாய்வு உருவாக்கும் கோணத்தின் 3 மடங்கு பெரியதாகும், இங்கு $P \equiv (x, y)$ ஆகும் (படம் 1 ஐப் பார்க்க).

(a) $\tan(3A) = \dfrac{3\tan(A) - \tan^3(A)}{1 - 3\tan^2(A)}$ என்ற முடிவை பயன்படுத்தி அல்லது வேறு வழியில் $\dfrac{dy}{dx}$, y மற்றும் x என்பவற்றை இணைக்கும் வகையீட்டுச் சமன்பாடொன்றைப் பெறுக.

(b) $y = vx$ என்ற பிரதியீட்டை பயன்படுத்தி வகையீட்டுச் சமன்பாட்டின் தீர்வானது $xy - c(x^2 + y^2)^2 = 0$ என்று உள்ளார்ந்த வடிவத்தில் எழுதப்படலாம் எனக் காட்டுக, இங்கு c என்பது எதேச்சை ஒருமையாகும்.



படம் 1