

இலங்கை திறந்த பல்கலைக்கழகம்

விஞ்ஞான இளமாணி/கல்வியியல் இளமாணி பட்டப்படிப்பு கற்கைநெறி

இறுதிப் பரீட்சை - 2016/2017

தூய கணிதம் - மட்டம் 03

PUU1141/PUE3141- கணிதத்தின் அடிப்படை



காலம் :- இரண்டு மணித்தியாலங்கள்

திகதி: - 03-01-2018

நேரம்: - மு.ப 9.30 - மு.ப 11.30

நான்கு வினாக்களுக்கு மாத்திரம் விடையளிக்கുക.

1. (a) நிறுவாமல் இரு தொடைகளுக்கான டி மோகன் விதியை கூறுக.

(b) A மற்றும் B என்பன ஏதேச்சையான தொடைகள் என்க. வென் வரிப்படங்களைப் பயன்படுத்தி பின்வருவனவற்றினை நிறுவுக

(i) $A \setminus (A \setminus B) = A \cap B$.

(ii) $A \cap B = \emptyset$ என்றால் என்றால் மட்டும் $A \subseteq B^c$.

(iii) $A \setminus (A \cap B) = (A \cup B) \setminus B$.

(c) தொடை இன் Z மீது தொடர்புகளானது பின்வருமாறு வரையறுக்கப்பட்டுள்ளன.

$\alpha: x > y$ எனின் xRy .

$\beta: xy$ ஆனது Z இலுள்ள ஒரு சதுரம் எனின் xRy .

$\gamma: x + y = 0$ எனின் xRy .

மேலுள்ள தொடர்புகளில் எவை பின்வளைவானது/சமச்சீரானது/கடந்தேகலானது

அல்லது சமச்சீர் முறணானது எனத் துணிக.

2. பின்வரும் ஒவ்வொரு கூற்றுக்களையும் உண்மை அல்லது பொய் என நிறுவுக.

(i) $n^2 + n + 1$ ஆனது 3 இனது பெருக்கமாக இருக்குமாறு முடிவின்றி நிறைய $n \in \mathbb{N}$ கள் உள்ளன.

(ii) $n^2 + n + 1$ ஆனது 3 இனது பெருக்கமாக இல்லாதவாறு முடிவின்றி நிறைய $n \in \mathbb{N}$ கள் உள்ளன.

(iii) $6n + 5$ ஆனது 15 இனது பெருக்கமாக இருக்குமாறு முடிவின்றி நிறைய $n \in \mathbb{N}$ கள் உள்ளன.

(iv) $6n + 5$ ஆனது 25 இனது பெருக்கமாக இல்லாதவாறு முடிவின்றி நிறைய $n \in \mathbb{N}$ கள் உள்ளன.

3. (a) x^2 ஒரு இயற்கை எண் ஆக இருக்குமாறு x ஒரு விகிதமுறும் எண் என்க. x ஒரு முழு எண் என நிறுவுக.

(b) ஒவ்வொரு இயற்கை எண் n இற்கும், n மற்றும் $n + 1$ என்னும் சோடி இயற்கை எண்கள் தொடர்பாய் முதன்மையானவை என நிறுவுக.

- (c) $n \geq 5$ ஆக இருக்குமாறு n ஒரு இயற்கை எண் என்க. n மற்றும் $n + 2$ என்பன முதன்மை எண்கள் எனின் $n + 1$ ஆனது 6 இன் ஒரு பெருக்கம் என நிறுவுக.
- (d) ஒவ்வொரு $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 7$ இற்கும், $n = 2l + 3m$ ஆகுமாறு $l, m \in \mathbb{N}$ என்பன உண்டு என நிறுவுக.
4. (a) நேர் முழு இரட்டை எண்களின் தொடை $E = \{2n : n \in \mathbb{N}\}$ என்க. E இலிருந்து \mathbb{Z} இற்கான பைஜக்ஷன் (bijection) இனைக் காண்க.
- (b) $(0, 1]$ இலிருந்து $[5, 6)$ இற்கான பைஜக்ஷன் இனைக் காண்க.
- (c) $f(x) = \frac{1+x}{1-x}$, $x \in \mathbb{R} \setminus \{1\}$ என்க. f ஆனது $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ இலிருந்து $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$ இற்கான ஒரு பைஜக்ஷன் எனக் காட்டுக.
- (d) $g(x) = x^2 + 3$, $x \in \mathbb{R}$ என்க. $A = [0, 3)$ மற்றும் $B = [3, 20)$ என்க. $f^{-1}(A)$ மற்றும் $f^{-1}(B)$ என்பவற்றினைக் காண்க.
5. (a) மெய் எண்களைக் கொண்ட தொடை A ஆனது சுற்றிமம் (supremum) ஒன்றை கொண்டிருப்பின் சுற்றிமம் தனித்துவமானது என நிறுவுக.
- (b) $\inf A \notin A$ அல்லது $\sup A \notin A$ என ஆகுமாறு A ஆனது \mathbb{R} இல் உள்ள சூனியமல்லாத வரைபற்ற ஒரு உப தொடை என்க. தொடை A ஆனது முடிவில்லா நிறைய மூலகங்களை கொண்டது என நிறுவுக.
- (c) $A = [0, 1)$, $B = \left\{\frac{1}{n} : n \in \mathbb{N}\right\}$, $C = \left\{\frac{n-1}{n} : n \in \mathbb{N}\right\}$ என்க.
- (i) மேலே உள்ள ஒவ்வொரு தொடையும் வரைபற்றது என நிறுவுக.
- (ii) மேலே உள்ள ஒவ்வொரு தொடையினதும் சுற்றிமம் மற்றும் இன்பிமம் (infimum) என்பவற்றை எழுதுக. உமது விடையை நிறுவுக.
- (iii) $C \setminus B$ இற்கு இடிவு உள்ளதா? உமது விடையை நியாயப்படுத்துக.
6. x, y மற்றும் z என்பன $x^2 + y^2 = z^2$ என ஆகுமாறு உள்ள நேர் முழு எண்கள் என்க. பின்வருவனவற்றை நிறுவுக.
- (i) $x^2 + y^2$ இரட்டை என்றால் என்றால் மட்டும் z இரட்டை ஆகும்.
- (ii) xyz இரட்டை ஆகும்.
- (iii) x இரட்டை அல்லது y இரட்டை ஆகும்.
- (iv) xyz ஆனது 3 இன் ஒரு பெருக்கம் ஆகும்.