

இலங்கை திறந்த பல்கலைக்கழகம்

விஞ்ஞானமாணி /கல்விமாணி பட்டப்பாடநெறி, தொடர் கற்கை நெறி

இறுதிப் பரீட்சை - 2019/2020

பிரயோக கணிதம் - மட்டம் 03

ADU3300/APU1140/ADE3300/APE3140 - காவி அட்சரகணிதம்

காலம்: - இரண்டு மணித்தியாலங்கள்



திகதி: 28.12.2019

நேரம்: பி.ப 01:30 - பி.ப 3:30

### பரீட்சார்த்திகளுக்கான அறிவுறுத்தல்கள்

- இவ் வினாப்பத்திரமானது பகுதி A மற்றும் பகுதி B என இரண்டு பகுதிகளைக் கொண்டுள்ளது. பகுதி A கட்டாயமானது அத்துடன் இது ஒரு கட்டமைக்கப்பட்ட கட்டுரை வினாவை கொண்டுள்ளது. இவ்வினாவின் ஒவ்வொரு பகுதியின் கீழும் தரப்பட்டுள்ள இடங்களில் உமது விடைகளை எழுத முடியும்.
- பகுதி B யானது, ஐந்து கட்டுரை வகையான வினாக்களை கொண்டுள்ளது, மேலும் இவற்றில் மூன்று வினாக்களுக்கு மட்டும் விடையளிக்கவும்.
- எப்பொழுதும் கேள்விக்கான விடையினை புதிய பக்கத்தில் ஆரம்பிப்பதுடன் கேள்விகளின் பகுதிகளுக்கான விடைகள் தெளிவாக பெயரிடப்பட்டுள்ளதா என உறுதிப்படுத்திக் கொள்க.
- பரீட்சையின் முடிவில், விடைப் புத்தகத்துடன் பகுதி A ஐயும் இணைத்து மேற்பார்வையாளரிடம் ஒப்படைக்கவும்.
- பகுதி A ஆனது 25 புள்ளிகளை கொண்டுள்ளதுடன் இவ் வினாப்பத்திரத்தின் மொத்த புள்ளிகள் 100 ஆகும்.

பகுதி A

சுட்டெண் :- -----

1.  $A, B$  மற்றும்  $C$  என்பன  $P$  என்னும் தளத்திலுள்ள முறையே  $\underline{a} = 2\underline{i} + \underline{j} - \underline{k}$   $\underline{b} = \underline{i} + \underline{j} - 2\underline{k}$  மற்றும்  $\underline{c} = -\underline{i} + 3\underline{j} + 2\underline{k}$  என்னும் தானக்காவிகளைக் குறிக்கும் மூன்று புள்ளிகள் என்க.

(a) காவிகள்  $\overline{AB}$  மற்றும்  $\overline{AC}$  ஐக் காண்க.

(b) புள்ளிகள்  $A$  மற்றும்  $B$  இன் ஊடாக செல்லும் நேர்கோடு  $l$  இன் காவிச் சமன்பாட்டைக் காண்க.

(c) புள்ளி  $D$  ஆனது தானக்காவி  $\underline{d} = 3\underline{i} + \underline{j}$  உடன் நேர்கோடு  $l$  இல் உள்ளதா? உமது விடையை நியாயப்படுத்துக.

(d)  $\overline{AB}$  மற்றும்  $\overline{AC}$  ஆகியவை செங்குத்தானவை எனக் காட்டுக.

(e) முக்கோணி  $ABC$  இனுடைய பரப்பளவைக் காண்க.

(f) தளம்  $P$  இனுடைய சமன்பாட்டை  $\underline{r} = \underline{u} + \alpha \underline{v} + \beta \underline{w}$  என்னும் வடிவில் காண்க, இங்கு  $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$  மேலும்  $\underline{u}, \underline{v}$  மற்றும்  $\underline{w}$  ஆகியவை காவிகள் ஆகும்.

(g)  $-5\underline{i} + 5\underline{j} - 4\underline{k}$  என்னும் தானக்காவியுடன் புள்ளி  $G$  ஆனது தளம்  $P$  இல் உள்ளது எனின்  $\alpha$  மற்றும்  $\beta$  என்பவற்றைக் காண்க.

## பகுதி B

மூன்று வினாக்களுக்கு மட்டும் விடையளிக்குக.

2.  $\underline{a}$ ,  $\underline{b}$  மற்றும்  $\underline{c}$  ஆகியன முறையே  $2\underline{i}+3\underline{j}+p\underline{k}$ ,  $\underline{i}+q\underline{j}-4\underline{k}$  மற்றும்  $\underline{i}-2\underline{j}+5\underline{k}$  என்பவற்றால் தரப்படும் மூன்று காவிகள் என்க, மேலும்  $p, q \in \mathbb{R}$  ஆகும்.

(a)  $\underline{a}$  ஆனது  $\underline{b}+\underline{c}$  இற்கு செங்குத்தாகுமாறு  $p$  மற்றும்  $q$  ஐக் காண்க.

(b)  $\underline{a} \times \underline{b} = -24\underline{i} - 4\underline{j} + 5\underline{k}$  என ஆகுமாறு  $p$  மற்றும்  $q$  ஐக் காண்க.

(c)  $p=9$  மற்றும்  $q=-5$  என ஆகும் போது காவிகள்  $\underline{a}$ ,  $\underline{b}$  மற்றும்  $\underline{c}$  ஆனவை ஏகபரிமாணமுறையாய்ச் சாராதவையா? உமது விடையை நியாயப்படுத்துக.

(d)  $|\underline{b}+\underline{c}|=3$  என ஆகுமாறு  $q$  இன் பெறுமானங்களைக் காண்க.

3.  $\underline{u} = 2\underline{i} - \underline{j} + \underline{k}$  மற்றும்  $\underline{v} = 3\underline{i} + 12\underline{j} + 6\underline{k}$  என்பவை  $P$  என்னும் தளமொன்றிலுள்ள இரண்டு காவிகள் என்க.  $C$  என்பது தளம்  $P$  இலுள்ள  $\underline{c} = \underline{i} - \underline{j} + \underline{k}$  என்னும் தானக்காவியையுடைய யாதாயினும் புள்ளியும் மற்றும்  $M$  என்பது  $CM$  இன் நீளம் 5 அலகுகளாக இருக்குமாறு அதே தளத்திலுள்ள யாதாயினும் மாறும் புள்ளியும் என்க.

(a)  $\underline{u}$  மற்றும்  $\underline{v}$  ஆனவை செங்குத்தானவை எனக் காட்டுக.

(b) முறையே  $\underline{\hat{u}}$  மற்றும்  $\underline{\hat{v}}$  என்பவற்றால் தரப்படும்  $\underline{u}$  மற்றும்  $\underline{v}$  இன் அலகு காவிகளைக் காண்க.

(c)  $C$  ஐ மையமாகவும்  $CM$  ஐ ஆரையாகவும் உடைய  $\underline{u}$  மற்றும்  $\underline{v}$  என்னும் காவிகளைக் கொண்ட தளம்  $P$  இலுள்ள வட்டத்தின் காவிச் சமன்பாட்டைக் காண்க.

(d) காவி  $\overline{CN}$ , காவி  $\underline{u}$  உடன்  $\tan^{-1} \alpha = \frac{3}{4}$  என்னும் ஒரு கோணத்தை உருவாக்குமாறு மேலே

(c) இல் வட்டத்திலுள்ள மற்றுமொரு புள்ளி  $N$  என்க. புள்ளி  $N$  இனுடைய தானக்காவியைக் காண்க.

4.  $F(t)$  மற்றும்  $G(t)$  என்பன முறையே  $F(t) = e^t \underline{i} + e^{-t} \underline{j} + \frac{1}{1-e^t} \underline{k}$  மற்றும்

$G(t) = e^{-t} \underline{i} + \frac{9e^t}{1+e^t} \underline{j} + (1-e^{2t}) \underline{k}$  என்பவற்றால் தரப்படும் காவிச் சார்புகள் என்க.

(a)  $F(t)$  மற்றும்  $G(t)$  ஒவ்வொன்றினதும் ஆட்சியைக் காண்க.

(b)  $F(t) \cdot G(t) = 5$  என ஆகுமாறு  $t$  இனுடைய பெறுமானத்தைக் காண்க.

(c)  $F(t) \times G(t)$  ஐக் காண்க.

(d)  $F(0) \times G(0)$  என்பது வரையறுக்கப்பட்டுள்ளதா? உமது விடையை நியாயப்படுத்துக.

5.  $P_1$  மற்றும்  $P_2$  என்பன நேரத்தில் முறையே  $\underline{S}_1(t) = t\underline{i} + (2t-1)\underline{j} + 3t\underline{k}$  மற்றும்  $\underline{S}_2(t) = t^2\underline{i} + (2t^2-3)\underline{j} + \underline{k}$ ,  $t \geq 0$  என்பவற்றை தானக்காவிகளாக கொண்ட வெளியில் அசையும் இரண்டு துணிக்கைகள் என்க.
- (a) உற்பத்தியிலிருந்து  $\sqrt{11}$  அலகுகள் தூரத்தில்  $P_1$  அமையுமாறுள்ள நேரம்  $t$  இனைக் காண்க.
- (b) முறையே  $\underline{V}_1(t)$  மற்றும்  $\underline{V}_2(t)$  என்பவற்றால் தரப்படும் துணிக்கை  $P_1$  மற்றும்  $P_2$  ஒவ்வொன்றினதும் வேகக் காவிகளைக் காண்க.
- (c) ஒரே கதியில்  $P_1$  மற்றும்  $P_2$  இரண்டும் அசையும் போதுள்ள நேரம்  $t$  ஐக் காண்க.
- (d) ஒவ்வொரு துணிக்கை  $P_1$  மற்றும்  $P_2$  இன் ஆர்முடுகளின் பருமனைக் காண்க.
- (e) யாதாயினும் நேரம்  $t \geq 0$  இல்  $A$  மற்றும்  $B$  என்னும் மாறும் புள்ளிகள்  $P_1$  மற்றும்  $P_2$  என்னும் துணிக்கைகளின் தானங்களைக் குறிக்கின்றன என்க.  $\underline{l} \equiv \underline{r} = 4\underline{i} - 3\underline{j} + \underline{k} + \lambda(\underline{i} + \underline{j} + \underline{k})$  என்பது அதே வெளியிலுள்ள ஒரு நேர் கோட்டைக் குறிக்கின்றது என்க.  $\overline{AB}$  ஆனது  $\underline{l}$  இற்கு செங்குத்தாகுமாறுள்ள நேரம்  $t$  ஐக் காண்க.

6. (a)  $\underline{r}(t) = 2t\underline{i} + t^2\underline{j} - t^3\underline{k}$  என்க. பின்வருவனவற்றைத் துணிக

i.  $\int_1^2 \underline{r}(t) \cdot \frac{d\underline{r}}{dt} dt,$

ii.  $\int_1^2 \underline{r}(t) \cdot \frac{d^2\underline{r}}{dt^2} dt.$

- (b) யாதாயினும்  $t \geq 0$  நேரத்தில் அசையும் துணிக்கையொன்றின் ஆர்முடுகல் காவியானது  $\underline{a}(t) = e^t\underline{i} + e^{-t}\underline{j} + e^t\underline{k}$  எனத் தரப்பட்டுகின்றது.  $t=0$  ஆகும் போது துணிக்கையின் தானம்  $-\underline{i}$  மற்றும் ஆரம்ப வேகம்  $\underline{i} + \underline{j} + 2\underline{k}$  ஆகும்.

i. யாதாயினும்  $t \geq 0$  இல் துணிக்கையின் வேகக் காவி  $\underline{V}(t)$  ஐக் காண்க.

ii. யாதாயினும்  $t \geq 0$  இல் துணிக்கையின் தானக் காவி  $\underline{S}(t)$  ஐக் காண்க.

.....