

இலங்கை திறந்த பல்கலைக்கழகம்
 விஞ்ஞானமாணி/கல்விமாணி பட்டப்பாடநெறி
 இறுதிப் பரீட்சை - 2019/2020
 தூய கணிதம் - மட்டம் 03
 PEU3300/PUU1140 - கணித தர்க்கவியலும் கணித நிறுவல்களும்
 காலம்: - இரண்டு மணித்தியாலங்கள்



திகதி: 09. 01. 2020

நேரம்: மு.ப 09:30- மு.ப 11:30

4 வினாக்களுக்கு மட்டும் விடையளிக்குக.

01. (a) $m, n \in \mathbb{N}$ மற்றும் $x, y \in \mathbb{R}$ என கருதப்பட்டுள்ளது. பின்வரும் ஒவ்வொரு கூற்றுக்களினதும் எதிர்வைப்பை எழுதுக. பின்வரும் ஒவ்வொரு கூற்றுகளையும் நிறுவுக.

(i) mn ஒற்றை எனின் m ஒற்றை மற்றும் n ஒற்றை ஆகும்.

(ii) $y^3 + yx^2 \leq x^3 + xy^2$ எனின் $y \leq x$ ஆகும்.

(b) பின்வரும் ஒவ்வொரு கூற்றுகளையும் நிறுவுக.

(i) l, m, n ஆனவை 2 இலும் கூடிய முதன்மை எண்கள் எனின் $m^3 + n^3 \neq l^3$ ஆகும்.

(ii) 5 ஆனது $4n + m$ இனுடைய ஒரு காரணி எனின் 5 ஆனது $4m + n$ இனுடைய ஒரு காரணி ஆகும்.

02. (a) பின்வரும் கூற்றுக்களின் மறுப்பு கூற்றுக்களை எழுதுக. "அந்த வகையை சார்ந்தது அல்ல" ("It is not the case that") என்னும் சொற்றொடரையும் அல்லது கூற்றுக்கு முன்னால் "இல்லாது" ("Not") என்னும் சொல்லையும் பாவிக்க வேண்டாம். α மற்றும் $\sqrt{3}$ என்பவை நேர் விகிதமுறா எண்கள் என கருதுக.

(i) $\alpha + \sqrt{3}$ விகிதமுறாதது அல்லது $\alpha - \sqrt{3}$ விகிதமுறாதது ஆகும்.

(ii) $\alpha(\sqrt{3})^{1/2}$ விகிதமுறாதது மற்றும் $\frac{(\sqrt{3})^{1/2}}{\alpha}$ விகிதமுறாதது ஆகும்.

(iii) $\alpha + \sqrt{3}$ விகிதமுறாதது எனின் $\alpha\sqrt{3}$ விகிதமுறாதது ஆகும்.

(b) p மற்றும் q ஆகியன கூற்றுகள் என்க. பின்வரும் ஒவ்வொரு கூற்றுக்களும் சரியானதா அல்லது பிழையானதா என நிறுவுக. உமது விடையை உண்மை அட்டவணையை அல்லது சமனான முறையை பாவிக்காது நியாயப்படுத்துக.

(i) $[\neg p \wedge (p \vee q)] \Rightarrow q$ ஆனது ஒரு புனருத்தி.

(ii) $(p \Rightarrow q) \wedge (\neg q \wedge p)$ ஆனது ஒரு புனருத்தி.

03. (a) $\langle x_n \rangle$ என்பது ஒவ்வொரு $n \in \mathbb{N}$ இற்கும் $x_{n+1} = \sqrt{1+3x_n}$ மற்றும் $x_1 = 1$ என்பவற்றை திருப்திப்படுத்தும் மெய் எண்களின் ஒரு தொடரி ஆகும். ஒவ்வொரு $n \in \mathbb{N}$ இற்கும் $x_n < 5$ என நிறுவுக.

(b) mn என்பது முதன்மை இல்லாதவாறு ஒவ்வொரு $m \in \mathbb{N}$ இற்கும் $n \in \mathbb{N}$ உண்டு என நிறுவுக.

(c) ஒவ்வொரு $m, n \in \mathbb{N}$ இற்கும் $\sqrt{\frac{m}{n}}$ விகிதமுறும் எனின் \sqrt{mn} விகிதமுறும்.

04. பின்வரும் கூற்றுக்கள் ஒவ்வொன்றும் சரியானதா அல்லது பிழையானதா என கூறி உமது விடையை நிறுவுக.

(a) $x - y \in \mathbb{Q}$ என ஆகுமாறு x என்னும் ஒரு மெய் எண், y என்னும் ஒரு மெய் எண் உண்டு.

(b) ஒவ்வொரு மெய் எண் x இற்கும், ஒவ்வொரு மெய் எண் y இற்கும், $x - y \in \mathbb{Q}$ ஆகும்.

(c) ஒவ்வொரு மெய் எண் y இற்கும், $x - y \in \mathbb{Q}$ என ஆகுமாறு மெய் எண் x ஒன்று உண்டு.

(d) ஒவ்வொரு மெய் எண் x இற்கும், $x \neq y$ மற்றும் $x - y \in \mathbb{Q}$ என ஆகுமாறு மெய் எண் y ஒன்று உண்டு.

05. பின்வரும் ஒவ்வொரு கூற்றுக்களையும் சரி அல்லது பிழை என நிறுவுக.

(a) $x^2 - 4x + 3 < 0$ என ஆகுமாறு ஒரு தனியான முழு எண் x உண்டு.

(b) $x^2 - 4x + 3 < 0$ என ஆகுமாறு ஒரு தனியான மெய் எண் x உண்டு.

(c) யாதாயினும் மெய் எண் r இற்கு, r^2 என்பது விகிதமுறாதது என்றால் என்றால் மட்டும், r என்பது விகிதமுறாதது.

(d) r, s என்னும் யாதாயினும் மெய் எண்களில் r என்பது பூச்சியமல்லாத விகிதமுறுவதும் மற்றும் s என்பது விகிதமுறாததும் எனின் rs என்பது விகிதமுறாதது ஆகும்.

06. (a) p மற்றும் q ஆனவை நேர் முழு எண்கள் எனின் $\sqrt{pq} \leq \frac{p+q}{2}$ என நிறுவுக.

(b) $p, q \in \mathbb{N}$ என்க. p மற்றும் q ஆகிய இரண்டும் ஒற்றை அல்லது இரண்டும் இரட்டை எனின் $p^2 + q$ என்பது 2 இனால் பிரிப்படக்கூடியது.

(c) p மற்றும் q என்பன ஒற்றை நேர் முழுவெண்கள் என்க. $rp \in \mathbb{N}$ மற்றும் $r \geq \sqrt{q}$ என ஆகுமாறு $r \in \mathbb{Q}$ என்பது உண்டு எனக் காட்டுக.