

இலங்கை திறந்த பல்கலைக்கழகம்
கணிதத் திணைக்களம்
விஞ்ஞானமாணி/ கல்விமாணிப் பட்டப் பாடநெறி
இறுதிப் பரீட்சை - 2019/ 2020
தூய கணிதம் - மட்டம் 03



PEU3301/PUU1141/PUE3141 - கணிதத்தின் அடிப்படை
காலம் :- இரண்டு மணித்தியாலங்கள்

நாள் : 24-10-2020

நேரம்: மு.ப 09.30 - மு.ப 11.30

நான்கு (04) வினாக்களுக்கு மட்டும் விடையளிக்க.

Q1

- (a) $|x + 2| + |x - 3| > 5$ என்னும் சமனிலியைத் திரிக்க இங்கு $x \in \mathbb{R}$ ஆகும்.
- (b) R என்னும் தொடர்பானது \mathbb{Z} இல் 3 ஆனது $x+2y$ ஐ வகுக்கும் எனின் xRy என வரையறுக்கப்பட்டுள்ளது என்க.
- (i) R ஆனது \mathbb{Z} இன் ஒரு சமவன்மை தொடர்பு எனக் காட்டுக.
- (ii) 1 இன் சமவன்மை வகுப்பைக் காண்க.

Q2

- (a) $m, n \in \mathbb{Z} \setminus \{0\}$ என்க. $mx + ny = 1$ என ஆகுமாறு $x, y \in \mathbb{Z}$ உண்டு எனின் m மற்றும் n என்பன தொடர்பாய் முதன்மைகள் எனக் காட்டுக.
- (b) $m, n \in \mathbb{N}$ என்க. பொ.கா.பெ(m, n) பொ.ம.சி(m, n) = mn என நிறுவுக.
பொ.கா.பெ(546, 422) மற்றும் பொ.ம.சி(546, 422) என்பவற்றைக் காண்க.
- (c) $f(x) = 2x + 3, x \in [2, 3]$ என்க. f என்பது $[2, 3]$ இலிருந்து $[7, 9]$ வரையான ஒரு பைஜெக்ஸன்(bijection) எனக் காட்டுக.

Q3

(a) $\sqrt{1 + \sqrt{2 + \sqrt{3}}}$ என்பது ஒரு அட்சரகணித எண் எனக் காட்டுக.

(b) f மற்றும் g என்பன $f(x) = \frac{x-4}{x+2}, x \in \mathbb{R} \setminus \{-2\}, g(x) = \frac{x+3}{x-2}, x \in \mathbb{R} \setminus \{2\}$

என்பவற்றால் தரப்பட்டுள்ளன என்க.

$f \circ g$ மற்றும் $g \circ f$ என்பவற்றை அவற்றின் ஆட்சிகளினூடே காண்க.

Q4

(a) $A = \left\{ 1 - \frac{(-1)^n}{n} : n \in \mathbb{N} \right\}$ என்க.

(i) $\sup A$ மற்றும் $\inf A$ இரண்டும் உண்டு என நிறுவுக.

(ii) $\sup A$ மற்றும் $\inf A$ என்பவற்றைக் காண்க. உமது விடைகளை நியாயப்படுத்துக.

(b) $\frac{x-\varepsilon}{x} \leq 3-x$ என்னும் சமனிலியைத் தீர்க்க மற்றும் திரவை எண் கோட்டின் மேல் பரும்படியாக வரைக.

Q5

(a) $\langle x_n \rangle$ என்னும் மெய்யெண்களின் தொடரியானது $n \in \mathbb{N}$ இற்கு $x_n = \frac{6}{(2n-1)(2n+1)}$ என வரையறுக்கப்படுகின்றது என்க.

(i) $\frac{6}{(2n-1)(2n+1)} = \frac{A}{(2n-1)} + \frac{B}{(2n+1)}$ என ஆகுமாறு A மற்றும் B என்பவற்றைக் காண்க.

(ii) மேலுள்ள பெறுபேற்றைப் பயன்படுத்தி, ஒவ்வொரு $n \in \mathbb{N}$ இற்கும் n -ஆம் பகுதிக் கூட்டலானது $s_n = \sum_{k=1}^n \frac{6}{(2k-1)(2k+1)} = 3 - \frac{3}{2n+1}$ எனக் காட்டுக.

(iii) $\sum_{n=1}^{\infty} x_n$ என்னும் தொடர் ஒடுங்கும் எனக் காட்டுக. $\sum_{n=1}^{\infty} x_n$ ஐக் காண்க.

(b) $f(x) = x^2 + 7, x \in \mathbb{R}$ என்க மற்றும் $A = [11, 23)$ என்க. $f^{-1}(A)$ ஐக் காண்க.

Q6

(a) A, B மற்றும் C என்பன தொடைகள் என்க. நிபந்தனை நிறுவல் மூலம்

(i) $A \setminus (B \cap C) \subseteq (A \setminus B) \cup (A \setminus C)$ மற்றும்

(ii) $(A \setminus B) \cap (A \setminus C) \subseteq A \setminus (B \cup C)$ என்பவற்றை நிறுவுக.

(b) $X = \{x_n : n \in \mathbb{N}\}$ என ஆகுமாறு தொடரி $\langle x_n \rangle$ ஒன்று உண்டு எனின் சூனியமற்ற தொடை X ஆனது எண்ணத்தக்கது எனப்படும். $(0, 1)$ என்னும் ஆயிடையானது எண்ணத்தக்கதல்ல எனக் கொண்டு, $a, b \in \mathbb{R}$ மற்றும் $a < b$ இற்கு (a, b) என்னும் ஆயிடையும் ஒரு எண்ணத்தக்கதல்ல என நிறுவுக.

=====//=====