

ශ්‍රී ලංකා විවෘත විශ්වවිද්‍යාලය
විද්‍යාවේදී/ අධ්‍යාපනවේදී උපාධි පාඨමාලාව

අවසාන විභාගය - 2019/2020
ශුද්ධ ගණිතය - තුන්වන මට්ටම

PEU3301/PUU1141/PUE3141 - ගණිත පදනම
කාලය: පැය 2 යි



දිනය : 24-10-2020

වේලාව : 09.30 පෙ.ව. - 11.30 පෙ.ව.

ප්‍රශ්න හතරකට (04) පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

Q1

- (a) $x \in \mathbb{R}$ සඳහා $|x + 2| + |x - 3| > 5$ අසමානතාව විසඳන්න.
- (b) R යනු \mathbb{Z} මත $x + 2y$ යන්න 3 න් බෙදෙයි නම් ඒ බව xRy ලෙස අර්ථ දැක්වූ සම්බන්ධය යයි ගනිමු.
- (i) R යනු \mathbb{Z} මත තුල්‍යතා සම්බන්ධයක් බව පෙන්වන්න.
- (ii) 1 හි තුල්‍යතා පන්තිය සොයන්න.

Q2

- (a) $m, n \in \mathbb{Z} \setminus \{0\}$ යයි ගනිමු. $mx + ny = 1$ වන ලෙස $x, y \in \mathbb{Z}$ පවතී නම් එවිට m සහ n සාපේක්ෂව ප්‍රථමක බව සාධනය කරන්න.
- (b) $m, n \in \mathbb{N}$ යයි ගනිමු. $\gcd(m, n)\text{lcm}(m, n) = mn$ බව සාධනය කරන්න.
 $\gcd(546, 422)$ සහ $\text{lcm}(546, 422)$ සොයන්න.
- (c) $x \in [2, 3]$ සඳහා $f(x) = 2x + 3$ යයි ගනිමු. f යනු $[2, 3]$ සිට $[7, 9]$ ට සමන්වේෂණයක් (a bijection) බව පෙන්වන්න.

Q3

- (a) $\sqrt{1 + \sqrt{2 + \sqrt{3}}}$ යන්න විච්ඡේදනය සංඛ්‍යාවක් බව පෙන්වන්න.

- (b) f සහ g ශ්‍රිත

$$f(x) = \frac{x-4}{x+2}, x \in \mathbb{R} \setminus \{-2\}, \text{ සහ } g(x) = \frac{x+3}{x-2}, x \in \mathbb{R} \setminus \{2\}$$

මගින් දී ඇතැයි ගනිමු.

$f \circ g$ සහ $g \circ f$ සමග ඒවායේ වසම පිළිවෙලින් සොයන්න.

Q4

(a) $A = \left\{ 1 - \frac{(-1)^n}{n} : n \in \mathbb{N} \right\}$ යයි ගනිමු.

(i) $\sup A$ සහ $\inf A$ දෙකම පවතින බව සාධනය කරන්න.

(ii) $\sup A$ සහ $\inf A$ සොයන්න. ඔබගේ පිළිතුරු සනාථ කරන්න.

(b) $\frac{x-8}{x} \leq 3 - x$ අසමානතාව විසඳීමෙන් පසුව එම විසඳුම සංඛ්‍යා රේඛාවේ සලකුණු කරන්න.

Q5

(a) $\langle x_n \rangle$ යනු $n \in \mathbb{N}$ සඳහා $x_n = \frac{6}{(2n-1)(2n+1)}$ ලෙස අර්ථ දැක්වුණු තාත්කීය සංඛ්‍යාමය අණුකුමය යයි ගනිමු.

(i) $\frac{6}{(2n-1)(2n+1)} = \frac{A}{(2n-1)} + \frac{B}{(2n+1)}$ වන ලෙස A සහ B සොයන්න.

(ii) ඉහත ප්‍රථිඵලය භාවිතයෙන්, සෑම $n \in \mathbb{N}$ සඳහාම n වන ආංශික ඵෙකාය

$$S_n = \sum_{k=1}^n \frac{6}{(2k-1)(2k+1)} = 3 - \frac{3}{2n+1}$$
 බව පෙන්වන්න.

(iii) $\sum_{n=1}^{\infty} x_n$ ශ්‍රේණිය අභිසාරී බව පෙන්වන්න. $\sum_{n=1}^{\infty} x_n$ සොයන්න.

(b) $x \in \mathbb{R}$ සඳහා $f(x) = x^2 + 7$ ද $A = [11, 23)$ ද යයි ගනිමු. $f^{-1}(A)$ සොයන්න.

Q6

(a) A, B සහ C යනු කුලක යයි ගනිමු. අසම්භාව්‍ය සාධන ක්‍රමය මගින්

(i) $A \setminus (B \cap C) \subseteq (A \setminus B) \cup (A \setminus C)$ සහ

(ii) $(A \setminus B) \cap (A \setminus C) \subseteq A \setminus (B \cup C)$

බව සාධනය කරන්න.

(b) නොහිස් X කුලකයක් ගැණිය හැකියැයි කියනු ලබන්නේ $X = \{x_n : n \in \mathbb{N}\}$ වන ලෙස $\langle x_n \rangle$ අණුකුමයක් පවතී නම්ය. $(0, 1)$ ප්‍රාන්තරය ගැණිය නොහැකි යයි උපකල්පනය කිරීමෙන් $a, b \in \mathbb{R}$ සහ $a < b$ ලෙස වූ (a, b) ප්‍රාන්තරය ගැණිය නොහැකි බව සාධනය කරන්න.

=====//=====