

ශ්‍රී ලංකා විවෘත විශ්ව විද්‍යාලය
ස්වභාවික විද්‍යා පීඨය
විද්‍යාවේදී/අධ්‍යාපනවේදී උපාධි පාඨමාලාව



දෙපාර්තමේන්තුව	: ගණිතය
මට්ටම	: 03
පරීක්ෂණයේ නම	: අවසාන පරීක්ෂණය
විෂය නම - කේතය	: අවකල සමීකරණ - ADU 3302/APU1142/ADE3302
අධ්‍යන වර්ෂය	: 2020/2021
දිනය	: 25.03.2022
වේලාව	: පෙ.ව. 09.30 - පෙ.ව. 11.30
කාලය	: පැය 02 යි

අපේක්ෂකයන් සඳහා උපදෙස්

1. ප්‍රශ්න සඳහා පිළිතුරු ලිවීමට පෙර ප්‍රශ්න පත්‍රය හොඳින් කියවන්න.
2. මෙම ප්‍රශ්න පත්‍රය A කොටස සහ B කොටස ලෙස කොටස් දෙකකින් යුක්තවේ. A කොටස අතිවාර්ග වන අතර එහි ව්‍යුහගත රචනා ප්‍රශ්න හයක් ඇත. දී ඇති ඉඩෙහි මෙම කොටසට පිළිතුරු ලියන්න.
3. B කොටස රචනා ප්‍රශ්න පහකින් සමන්විත වන අතර තුනකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.
එම කොටසෙහි සෑම ප්‍රශ්නයකටම 100 ලකුණු බැගින් හිමිවේ.
4. මෙම පත්‍රය පිටු 06 කින් සමන්විත වේ.
5. B කොටසෙහි එක් එක් ප්‍රශ්න වලට පිළිතුරු නව පිටුවකින් ආරම්භ කරන්න.
6. විභාග වරදක් ලෙස සලකනු ලබන ඕනෑම ක්‍රියාකාරකමකට සම්බන්ධ වීම දඬුවම් ලැබීමට හේතු වේ.
7. ප්‍රශ්නවලට පිළිතුරු දීමට නිල් හෝ කළු තීන්ත පෑනක් භාවිතා කරන්න.
8. ඔබේ පිළිතුරු පිටපතෙහි ඔබේ විභාග අංකය පැහැදිලිව සඳහන් කරන්න.
9. විභාගය අවසානයේදී, A කොටස උත්තර ප්‍රත්‍යයට අමුණා ශාලාධිපතිට භාර දෙන්න.

ඒ කොටස

1. ප්‍රශ්න සියල්ලටම පිළිතුරු දී ඇති ඉඩෙහි ලියන්න.

(a) පහත දී ඇති අවකල සමීකරණයේ ගණය, මාත්‍රාව ස්වයංක්ෂ විචල්‍යය අනුපිළිවෙලින් නිර්ණය කරන්න.

$$2\left(\frac{d^6s}{dt^2}\right)^5 - 4\left(\frac{d^2s}{dt^2}\right)^7 + 2s^2 = 2e^t$$

(b) $y = t^2$ යන්න $\frac{dy}{dt} = \frac{y}{t}$ හි විසඳුමක් වෙද් ඔබේ පිළිතුර පැහැදිලි කරන්න.

(c) $\frac{d^2y}{dx^2} + 4y = 0$; $y(0) = 0$, $y'(0) = 1$, යන මූලික අගය ගැටලුවෙහි සාමාන්‍ය විසඳුම

$y(x) = c_1 \sin 2x + c_2 \cos 2x$ (c_1 , c_2 යන්න අහිමක නියතයන් වේ) ලෙස දී ඇත්නම් එහි විසඳුම සොයන්න.

(d) $(y + \sin x)dx - (x - 2y \cos x)dy = 0$ යන අවකල සමීකරණය සවිඊ වේද යන්න නිර්ණය කරන්න.

(e) සුදුසු අනුකල සාධකයක් භාවිතා කර $y' + xy = xy^2$ යන සමීකරණය පළමු-ගණයේ ඒකජ සමීකරණයක් බවට පරිවර්තනය කරන්න.

(f) $y'' - y = x$ යන සමීකරණයේ සමජාතීය සමීකරණයේ සාමාන්‍ය විසඳුම් සොයන්න.

බී කොටස

ප්‍රශ්න තුනකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

2. (a) $\frac{dy}{dx} = yx^2$; $y(0) = 1$ යන සමීකරණයේ විසඳුම් සොයන්න.

(b) $x + y \sin\left(\frac{y}{x}\right)^2$ යන සමීකරණය සමජාතීය වේද යන්න නිර්ණය කරන්න, එසේ වේනම් එහි මාත්‍රාව නිර්ණය කරන්න.

(c) $\frac{dy}{dx} = \frac{x^2 + y^2}{xy}$ යන සමීකරණය සලකන්න.

(i) ඉහත දී ඇති සමීකරණය සමජාතීය වන බව පෙන්වන්න.

(ii) සුදුසු ආදේශකයක් භාවිතා කර ඉහත දී ඇති සමීකරණය විචල්‍ය-අන්‍ය ආකාරයට පරිවර්තනය කර එහි විසඳුම් සොයන්න.

3. ස්කන්ධය m වූ වස්තුවක් v_0 ආරම්භක ප්‍රවේගයකින් සිරස් අතට ඉහළට වාතයට දමනු ලැබේ. වස්තුව මත එහි ප්‍රවේගයට සමානුපාතික වායු ප්‍රතිරෝධයක් ක්‍රියාකරයි.

(a) චලිතයේ සමීකරණය සොයන්න.

(b) t කාලයෙහි වස්තුවේ ප්‍රවේගය සඳහා ප්‍රකාශයක් සොයන්න.

(c) t කාලයෙහි වස්තුවේ පිහිටීම සඳහා ප්‍රකාශයක් සොයන්න.

(d) වස්තුව එහි උපරිම උසට ළඟා වීමට ගත වන කාලය සොයන්න.

4. (a) $\frac{d^2Q}{dt^2} - 3\frac{dQ}{dt} + 4Q = 0$ යන සමීකරණය සලකන්න.

(i) ඉහත සමීකරණයේ ලාක්ෂණික සමීකරණය සොයන්න.

(ii) (i) කොටස භාවිතා කරමින් දී ඇති සමීකරණයේ විසඳුම් ප්‍රකාශ කරන්න.

(b) $\frac{d^2y}{dx^2} - 3\frac{dy}{dx} + 4y = x^2e^x$ යන සමීකරණය සලකන්න.

(i) දී ඇති අවකල සමීකරණයට අනුරූප වන නිරේඛ්‍ය සමීකරණයේ ඇති UC ශ්‍රිතයන්ට අදාලව UC කුලකයන් සොයන්න. ප්‍රතිශෝධන හෝ ඉවත් කිරීම් මගින්, ප්‍රතිශෝධිත කුලකයන් ලබාගන්න.

(ii) (b) හි (i) කොටසින් ලබාගත් ප්‍රතිශෝධිත කුලකයන් භාවිතයෙන් දී ඇති සමීකරණයේ ව්‍යාකෘතික විසඳුම් සොයන්න.

(iii) $\frac{d^2y}{dx^2} - 3\frac{dy}{dx} + 4y = e^x$ සමීකරණයේ ව්‍යාකෘතික විසඳුම $\frac{1}{2}e^x$ ලෙස දී ඇත්නම්

$\frac{d^2y}{dx^2} - 3\frac{dy}{dx} + 4y = x^2e^x + e^x$ යන සමීකරණයේ සාමාන්‍ය විසඳුම් ප්‍රකාශ කරන්න.

5. (a) $-\frac{1}{x^2}$ යන්න $ydx - xdy = 0$ යන අවකල සමීකරණයේ අනුකල සාධකයක් වේද යන්න නිර්ණය කරන්න.

(b) $(y^2 - y)dx + xdy = 0$ යන සමීකරණය සපිරි වීම සඳහා සුදුසු අනුකල සාධකයක් නිර්ණය කර එහි විසඳුම් සොයන්න.

(c) සුදුසු ආදේශකයක් භාවිත කර $\frac{dy}{dx} + xy = xy^3$ යන සමීකරණය පළමු-ගණයේ ඒකජ සමීකරණයක් බවට පරිවර්තනය කර එහි අනුකල සාධකය සොයන්න.

6. (a) (i) $f(D) = a_0D^n + a_1D^{n-1} + \dots + a_{n-1}D + a_n$, කෙසේදයත් a_0, a_1, \dots, a_n නියතයන් වේ. k නියතයක් නම් $f(D)e^{kx} = f(k)e^{kx}$ බව පෙන්වන්න.

(ii) $\frac{d^2y}{dx^2} - 2\frac{dy}{dx} + 5y = e^{-x} + 3$ යන සමීකරණයේ ව්‍යාකෘතික විසඳුම් D-operator ක්‍රමය මගින් සොයන්න.

(b) $(x^2 - 9)^2 \frac{d^2y}{dx^2} + (x + 3) \frac{dy}{dx} + 2y = 0$ යන සමීකරණය සලකන්න.

මෙම සමීකරණයෙහි අපූර්ව ලක්ෂයන් සොයන්න.

එමගින් සවිධි අපූර්ව ලක්ෂයන් සහ අවිධි අපූර්ව ලක්ෂයන් වන්නේ කුමන ලක්ෂයන්ද යන්න හඳුනාගන්න.