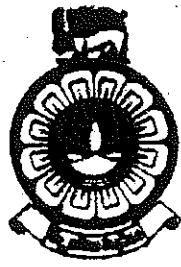


ශ්‍රී ලංකා විවෘත විශ්වාසාලය
ස්වභාවික විද්‍යා පිළිය
විද්‍යාවේදී / අධ්‍යාපනවේදී උපාධි පාඨමාලාව



දෙපාර්තමේන්තුව	: ගණිතය
මටවම	: 03
විභාගයේ නම	: අවසාන පරික්ෂණය
පාඨමාලාවේ නම සහ කේතය	: ගණිත පදනම - PUU1141/PUE3141/ PEU3301
අධ්‍යාපන වර්ෂය	: 2020/2021
දිනය	: 15.03.2022
කාලය	: 09.30 am – 11.30 am
කාල සීමාව	: පැය 02 එ.

“ස්වභාවික උපදෙස්”

- ප්‍රශ්න වලට පිළිතුරු දීමට පෙර සියලු උපදෙස් හොඳින් කියවන්න.
- මෙම ප්‍රශ්න පත්‍රය පිටු දෙකක (02) ඇති ප්‍රශ්න යයකින් (06) කින් සමන්විත වේ.
- එනෑම ප්‍රශ්න යනර්කට (04) පමණක් පිළිතුරු සපයන්න. සියලු ප්‍රශ්න සඳහා සමාන ලකුණු ලැබෙනු ඇත.
- සෑම ප්‍රශ්නයකටම පිළිතුර තව පිටුවකින් ආරම්භ විය යුතුය.
- ඔබ සන්නකයේ කිසියම් අනාවසර ලේඛන/ඡායා දුරකථන තිබීම දැඩිවම් ලැබිය නැකි වරූකි.
- ප්‍රශ්න වලට පිළිතුරු දීමට නිල් ජෝ කළ තීන්ත භාවිතා කරන්න.
- ඔබේ පිළිතුරු පිටපත ඉදිරිපස කවරයේ ඔබ පිළිතුරු දුන් ප්‍රශ්න අංක රවුම් කරන්න
- ඔබේ උත්තර පත්‍රයේ ඔබේ ගොමු අංකය පැහැදිලිව සඳහන් කරන්න.

Q1

- (a) $x \in \mathbb{R}$ සඳහා $\frac{|x-1|}{|3x+1|} > 1$ අසමානතාව විසඳුන්න.
- (b) $f: X \rightarrow Y$ යනු ග්‍රීතයක් ද A, B යනු Y හි උපකුලක ද යැයි ගනිමු. සමාන ලකුණ දෙපස ඇති එක් එක් කුලකය අනෙකෙහි උපකුලකයක් බව පෙන්වීමෙන්
 $f^{-1}(A \cap B) = f^{-1}(A) \cap f^{-1}(B)$ සර්වසාමා සාධනය කරන්න.
- (c) $f: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$ ග්‍රීතය $f(n) = n^2$ මගින් අරථ දක්වා ඇතැයි ගනිමු. $A = \{0, 1, 2, 3\}$ සහ $B = \{-2, -1, 0, 1\}$ නම්, එවිට $f(A \cap B) \neq f(A) \cap f(B)$ බව පෙන්වන්න.

Q2

- (a) R යනු \mathbb{Z} මත $3a + b$ යන්න 4 ගුණාකාරයක් නම් ඒ බව aRb ලෙස අරථ දැක්වුනු සම්බන්ධය යැයි ගනිමු.
- (i) R යනු \mathbb{Z} මත තුළයනා සම්බන්ධයක් බව පෙන්වන්න.
 - (ii) 0 හි තුළයනා පන්තිය සොයන්න.
 - (iii) 2 හි තුළයනා පන්තිය සොයන්න.
- (b) $a, b \in \mathbb{Z} \setminus \{0\}$ යැයි ගනිමු. $ax + by = \gcd(a, b)$ වන ලෙස $x, y \in \mathbb{Z}$ පෙන්වනින් බව සාධනයේ කරන්න. මෙහි $\gcd(a, b)$ මගින් a සහ b හි මහා පොදු ගුණාකාරය (greatest common divisor) දැක්වෙයි.

Q3

- (a) $a < b$ ලෙස වූ $a, b \in \mathbb{R}$ සඳහා,

$$\bigcap_{n=1}^{+\infty} \left(a - \frac{1}{n}, b + \frac{1}{n} \right) = [a, b].$$

බව සාධනය කරන්න.

- (b) $\sqrt{6}$ යනු අපරිමෝ සංඛ්‍යාවක් (irrational number) බව සාධනය කරන්න.

Q4

- (a) A_1, A_2, \dots, A_n සහ B යනු කුලක යැයි ගනීම්. ගණිත අභ්‍යාහන මූලධර්මය (Principle of Mathematical Induction) භාවිතයෙන්, සෑම $n \in \mathbb{N}$ සඳහා,

$$(A_1 - B) \cap (A_2 - B) \cap \dots \cap (A_n - B) = (A_1 \cap A_2 \dots \cap A_n) - B$$

 බව සාධනය කරන්න.

- (b) $f: (a, b) \rightarrow (c, d)$ ශ්‍රීතය $f(x) = \left(\frac{d-c}{b-a}\right)(x-a) + c$ මගින් අර්ථ දක්වා ඇතැයි ගනීම්. f යනු සමක්ෂේපණයක් (bijection) බව පෙන්වන්න.

Q5

- (a) $n \in \mathbb{N}$ සඳහා $a_n = \frac{3}{n^2+3n+2}$ යැයි ගනීම්.
- (i) $a_n = \frac{A}{(n+1)} + \frac{B}{(n+2)}$ වන ලෙස A සහ B සෞයන්න.
- (ii) ඉහත ප්‍රමාණය භාවිතයෙන්, සෑම $n \in \mathbb{N}$ සඳහාම n වන ආංකික එක්‍රය
 $s_n = \sum_{k=1}^n \frac{3}{k^2+3k+2} = \frac{3}{2} - \frac{3}{n+2}$ බව පෙන්වන්න.
- (iii) $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ ගෝලීය අභිසාරී බව පෙන්වන්න. $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ සෞයන්න.

- (b) අනුක්‍රමයක සිමාව පිළිබඳ අර්ථ දැක්වීම භාවිතයෙන්,

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2n+5}{7n+8} = \frac{2}{7}$$

බව සාධනය කරන්න.

Q6

- (a) f, g සහ h ශ්‍රීත
 $f(x) = \frac{1}{x+1}, x \in \mathbb{R} \setminus \{1\}, g(x) = \frac{\sqrt{x-1}}{x}, x \in [1, +\infty)$ සහ $h(x) = x^2 + 1, x \in \mathbb{R}$
 මගින් දී ඇතැයි ගනීම්. $f \circ g \circ h$ සහ එහි විසං සෞයන්න.

- (b) $S = \left\{ \frac{2n+1}{n+1} : n \in \mathbb{N} \right\}$ යැයි ගනීම්.
- (i) S කුලකය පරියන්තර (bounded) බව සාධනය කරන්න.
- (ii) $\sup A$ සහ $\inf A$ දෙකම පවතින බව අපෝහනය කරන්න.
- (iii) $\sup A$ සහ $\inf A$ සෞයන්න. ඔබගේ පිළිතුරු සනාථ කරන්න.

=====//=====