



இலங்கைத் திறந்த பல்கலைக்கழகம்

விஞ்ஞானத்தில் உயர்தகைமைச் சான்றிதழ் - மட்டம் 2 பகுதி 2

இறுதிப் பரீட்சை - 2020/2021

காலம்: மூன்று (03) மணித்தியாலங்கள்

MHF2521 - கணிதம் 3-வினாத்தாள் II

திகதி: 08.12.2021

நேரம்: 01.30 pm- 04.30 pm

நிரல்படுத்தப்படாத கணிப்பான்களைப் பயன்படுத்தமுடியும். பரீட்சை நேரத்தில் கைத்தொலைபேசிகளைப் பயன்படுத்தல் தடைசெய்யப்பட்டுள்ளது.

ஒவ்வொரு பகுதியிலும் குறைந்தது ஒரு வினாவையாவது தெரிவுசெய்து எல்லாமாக ஐந்து(05) வினாக்களுக்கு விடையளிக்க.

பகுதி A - அட்சரகணிதம்

(1)(a) $f(r) = \frac{1}{r^2}$ ($r \neq 0$) எனின்,

$$f(r+1) - f(r) = -\frac{2r+1}{r^2(r+1)^2} \text{ எனக்காட்டுக.}$$

இதன்மூலம், வேறுபாட்டு முறையைப் பயன்படுத்தி பின்வரும் தொடரின் முதல் n உறுப்புகளின் கூட்டுத்தொகையைக் காண்க: $\frac{3}{1^2 \cdot 2^2} + \frac{5}{2^2 \cdot 3^2} + \frac{7}{3^2 \cdot 4^2} + \dots$.

மேற்படி தொடர் ஒருங்குமா? உமது விடையை உறுதிப்படுத்துக.

(b) கணித உய்த்தறிவைப் பயன்படுத்தி, கீழே தரப்பட்டுள்ளதை நிறுவுக.

$$1^3 + 2^3 + \dots + n^3 = \frac{n^2}{4} (n+1)^2$$

(2)(a) பின்வரும் தொடரின் முதல் n உறுப்புகளின் கூட்டுத்தொகையைக் காண பகுதிப்பின்ன முறையைப் பயன்படுத்துக :

$$\sum_{r=1}^n \frac{1}{r(r+1)(r+2)}$$

மேற்படி தொடர் ஒடுங்குமா? உமது விடையை உறுதிப்படுத்துக.

(b) கீழே தரப்பட்ட தொடரின் பெறுமதியைக் காண்க.

$$\sum_{n=1}^{10} \frac{3}{(-2)^{n-1}}$$

முடிவிலிவரை இத்தொடரின் கூட்டுத்தொகையைக் காண்க.

பகுதி B - நிலையியல்

(3)(a) QRS என்பது ஒரு முக்கோணமாகும். Q, S என்பவற்றின் புள்ளிக்காவிகள் முறையே $\underline{i} + 4\underline{j}$, $5\underline{i}$ ஆகும். C என்பது இதன் திணிவுமையம் ஆகும்; C இன் புள்ளிக்காவி $2\underline{i} - \underline{j}$ ஆகும். உச்சி R இன் புள்ளிக்காவியைக் காண்க.

(b) A (4, -2, 3), B (2, 1, -3) என்ற புள்ளிகளுக்கூடான காவிச்சமன்பாட்டைக் காண்க. AB இன் திசைக்கோசைனைக் காண்க.

(c) ABC என்பது ஒரு முக்கோணமாகும். உச்சிகள் A, B, C இன் புள்ளிக் காவிகள் முறையே $\underline{a} = 3\underline{i} - 2\underline{j} + \underline{k}$, $\underline{b} = 3\underline{i} + 2\underline{k}$, $\underline{c} = \underline{i} + 2\underline{j} + 5\underline{k}$ ஆகும். BD இற்கும் AC இற்கும் இடைப்பட்ட கோணத்தைக் காண்க. இங்கு D அனது AC இன் நடுப்புள்ளி ஆகும்.

(4)(a) $\underline{A} = 3\underline{i} - 2\underline{j} - \underline{k}$, $\underline{B} = \underline{i} + 3\underline{j} + 7\underline{k}$ எனின், \underline{A} , \underline{B} என்பவற்றுக்கு செங்குத்தாகவும் பருமன் 6 ஐயும் கொண்ட காவியைக் காண்க.

(b) $2x - 3y + 12 = 0$ என்பதால் குறிக்கப்படுகின்ற ஆழ்கூற்றுக் கோட்டின் காவிச் சமன்பாட்டைக் காண்க.

(5)(a) $\underline{m} = 4\underline{i} + 5\underline{j}$ என்ற காவிக்குச் சமாந்தரமாகவும் A (2,3) என்ற புள்ளிக்கூடாகவும் செல்லும் கோட்டின் காவிச்சமன்பாட்டைக் காண்க. இதிலிருந்து, கோட்டின் அளவுருச் சமன்பாடு மற்றும் ஆழ்கூற்றுச் சமன்பாடு என்பவற்றைக் காண்க.

(b) முக்கோணி ABC இன் உச்சிகள் A (2, 3), B (4, -5), C (-3, 2) ஆகும். முக்கோணி ABC இன் பரப்பைக் காண்க.

(6)(a) $\underline{a} = 2\underline{i} + 2\underline{j} + \underline{k}$, $\underline{b} = 2\underline{i} - 6\underline{j} - 3\underline{k}$ என்ற இரு காவிகள் உள்ள தளத்துக்கு செங்குத்தாக உள்ள அலகுக்காவியைக் காண்க.

(c) காவிக்களைப் பயன்படுத்தி முக்கோணி ABC இல், $\frac{\sin A}{a} = \frac{\sin B}{b} = \frac{\sin C}{c}$ என நிறுவுக.

பகுதி C - இயக்கவியல்

(7) m திணிவுள்ள துணிக்கையொன்று l நீளமுள்ள இலேசான நீட்சியடையாத இழையொன்றின் ஒரு முனையான P இல் பொருத்தப்பட்டுள்ளது. இழையின் மறுமுனையானது A இல் பொருத்தப்பட்டுள்ளது. அதே நீளமுடைய இரண்டாவது இழையின் ஒரு முனை P உடனும் மறுமுனை B உடனும் தொடுக்கப்பட்டுள்ளது. B ஆனது A இலிருந்து நிலைக்குத்தாக கீழே h ($< 2l$) ஆழத்தில் உள்ளது. துணிக்கையானது ω கோணவேகத்துடன் கிடையாக ஒரு வட்டப்பாதையில் அசைகின்றது. இரு இழைகளிலுமுள்ள இழுவையைக் காண்க. $\omega \geq \sqrt{\frac{2g}{h}}$ எனின், இரு இழைகளும் இறுக்கமானவை எனக்காட்டுக.

(8) l நீளமுடைய நீட்சியடையாத இழையொன்றின் ஒரு முனை A எனும் நிலையான புள்ளியில் பொருத்தப்பட்டுள்ளது. மற்றமுனையில் m திணிவுடைய துணிக்கை B கட்டப்பட்டு சுயாதீனமாக ஓய்வில் தொங்கவிடப்பட்டிருக்கின்றது. பின்னர் துணிக்கையானது கிடையாக $\sqrt{\frac{7gl}{2}}$ எனும் வேகத்துடன் தள்ளிவிடப்படுகிறது. இழை தளர்ந்த நிலையில் A இற்குமேல் B இன் உயரத்தைக் கணிக்க. இழை கிடையாகவிருக்கும்போது, இழையில் இழுவையையும் துணிக்கையின் வேகத்தையும் காண்க.

(9) $2m$ திணிவொன்று கிடையான அழுத்தமான மேசையொன்றின் மீது ஓய்வில் உள்ளது. இத்திணிவானது இன்னுமொரு திணிவு m உடன் மேசையின்மேல் h உயரத்தில் பொருத்தப்பட்ட ஒரு சிறிய வளையம் ஒன்றினூடாகச் செல்லும் இலேசான நீட்சியடையாத இழையொன்றுடன் தொடுக்கப்பட்டிருக்கிறது. திணிவு $2m$ ஆனது மேசையின்மீது நிலைக்குத்தாக வளையத்துக்குக் கீழே மையத்தைக் கொண்ட $\frac{h}{2}$ ஆரையுடைய வட்டத்தை உருவாக்கும்படி செய்யப்பட்டால், ஒரு வட்டத்தை உருவாக்க எடுக்கும் நேரம் $2\pi \left[\frac{h\sqrt{5}}{g} \right]^{1/2}$ எனக்காட்டுக.

முற்றும்.

