



ශ්‍රී ලංකා විවෘත විශ්වවිද්‍යාලය

විද්‍යා උසස් සහතික පත්‍ර පාඨමාලාව - 2 වන මට්ටම - 2 කොටස

අවසාන පරීක්ෂණය - 2020/2021

කාලය - පැය තුනයි. (03)

MHF2521- ගණිතය 3 -ප්‍රශ්න පත්‍රය 1

දිනය - 2021 දෙසැම්බර් මස 07 වන දින වේලාව - ප.ව.01.30 - ප.ව.04.30 දක්වා

- ගණක යන්ත්‍ර (Non-programmable) භාවිතා කළ හැක.
- විභාග කාලය තුළ ජංගම දුරකථන භාවිතා කිරීමට ඉඩදෙනු නොලැබේ.
- අඩුම වශයෙන් B කොටසින් එක් ප්‍රශ්නයක් ඇතුළත්ව ප්‍රශ්න පහකට (05) පිළිතුරු සපයන්න.

A කොටස - කලනය

(1) (a) පහත සඳහන් ශ්‍රිතවල සීමාවන් සොයන්න.

(i) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 7}{(x+2)(x^2 - 1)}$

(ii) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x - \sqrt{3x+4}}{4-x}$

(iii) $\lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{(1 - \cos \theta + \sin \theta)}{(1 - \cos \theta - \sin \theta)}$

(iv) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x^0}{x}$ මෙහි x^0 මගින් අංශක x නිරූපණය කෙරේ.

(b) ප්‍රථම මූලධර්ම භාවිතයෙන් පහත ශ්‍රිත අවකලනය කරන්න.

(i) $y = \frac{1}{1-2x}$

(ii) $y = \sin x$

(2) (a) පහත සඳහන් ශ්‍රිත අවකලනය කර පිළිතුර සුළු කරන්න.

$$(i) \quad y = (1-x)\sqrt{1+x^2} \quad (ii) \quad y = x^3(4-x)^{\frac{1}{2}}$$

$$(iii) \quad y = \frac{\sqrt{x}}{3x+1} \quad (iv) \quad y = \frac{(x^2+1)^8}{x^5}$$

(b) ඕනෑම t කාලයකදී බැලූනයක පිරි ඇති වායු ප්‍රමාණය $V(t) = \frac{6(\sqrt[3]{t})}{4t+1}$ මගින් දෙනු ලැබේ.

$t = 8$ දී බැලූනය වායුවෙන් පිරි ඇති ද නැතහොත් වාතය බැස යනවාද යන්න තීරණය කරන්න.

(3) (a) පහත සඳහන් ත්‍රිකෝණමිතික ශ්‍රිත අවකලනය කර පිළිතුර සුළු කරන්න.

$$(i) \quad y = \frac{\sin x - \cos x}{\sin x + \cos x}$$

$$(ii) \quad y = \sec^2 \frac{x}{2} + \operatorname{cosec}^2 \frac{x}{2} \quad (x \text{ හි පූර්ණ කෝණවලින් පිළිතුර දෙන්න.})$$

$$(b) \quad y = \cos^{-1} \left(\frac{3+5 \cos x}{5+3 \cos x} \right) \quad \text{නම්}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{4}{5+3 \cos x} \quad \text{බව ඔප්පු කරන්න.}$$

(4) (a) පහත සඳහන් ශ්‍රිත x විෂයෙන් අවකලනය කරන්න.

$$(i) \quad y = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}} \quad (ii) \quad y = \frac{x^2}{2x} \quad (iii) \quad y = \ln \left(\frac{\sqrt{x}}{x^2+4} \right)$$

(b) $y = a \cos(\log x) + b \sin(\log x)$, නම් $x^2 \frac{d^2y}{dx^2} + x \frac{dy}{dx} + y = 0$ බව ඔප්පු කරන්න.

(c) $y = \frac{x+1}{x^2+x+1}$ ශ්‍රිතයේ ප්‍රස්ථාරය මත පිහිටි සියළුම තීරස් ස්පර්ශකවල ස්පර්ශ ලක්ෂ්‍යයන් සොයන්න.

(5) (a) t පරාමිතියක් වන $x = \frac{2t}{1+t^2}$ සහ $y = \frac{1-t^2}{1+t^2}$ නම්,

$\frac{dy}{dx}$ සහ $\frac{d^2y}{dx^2}$ t පදවලින් සොයන්න.

(b) $X=4$ ලක්ෂ්‍යයේදී $f(x) = 1 - \frac{1}{x} + \frac{2}{\sqrt{x}}$ ශ්‍රිතයට ඇදී ස්පර්ශකයේ සමීකරණය සොයන්න.

(c) $s(t) = 3t^5 - 5t^3 - 7 = 0$ මගින් සරල රේඛාවක් ඔස්සේ ගමන් කරන වස්තුවක පිහිටීම ලබා දෙන්නේ නම් වස්තුවේ ප්‍රවේගය $v(t)$ සහ ත්වරණය $a(t)$ සොයන්න. ත්වරණය ශුන්‍ය වන t හි සියලුම අගයන් සොයන්න.

(6) (a) $y = x^3 - 6x^2$ ශ්‍රිතයේ හැරවුම් ලක්ෂ්‍ය සොයන්න. පළමු ව්‍යුත්පන්නයේ හැසිරීම පමණක් සලකා බැලීමෙන් එක් එක් ලක්ෂ්‍යයේ ස්වභාවය හඳුනා ගන්න. දෙවන ව්‍යුත්පන්නය භාවිතා කර නතිවර්තන ලක්ෂ්‍යය සොයන්න.

(b) පහත අනුකලනයන් සොයන්න.

(i) $\int \frac{7}{(2-3x)^8} dx$ (ii) $\int [(e^x - x^e) + \ln(2x + 1)] dx$

(iii) $\int \frac{x^3 - 4x + 3}{x - 2} dx$ (iv) $\int \left[\frac{\tan x}{\sin x \cos x} + \frac{1}{16 + x^2} \right] dx$

B කොටස - බණ්ඩාංක ජ්‍යාමිතිය

(7) (a) $y = m_1x + c_1$, $y = m_2x + c_2$ සහ $x = 0$ සරල රේඛා මගින් සාදන ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය $\frac{(c_1 - c_2)^2}{2|m_1 - m_2|}$ මගින් දෙනු ලැබේ.

එමගින් $y = 2x + 3$, $y = -x + 3$ සහ $y = x + 1$ සරල රේඛා මගින් සාදන ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය අගයන්න.

(b) $2x - 3y + 26 = 0$ රේඛාව $x^2 + y^2 - 4x + 6y - 104 = 0$ වෘත්තයට ස්පර්ශකයක් බව පෙන්වන්න. ස්පර්ශක ලක්ෂ්‍යය හරහා යන විශ්කම්භයේ සමීකරණය සොයන්න.

- (8) (a) වෘත්ත දෙකක් ප්‍රලම්භ ලෙස ජේදනය වෙයි නම් එම අවශ්‍යතාව තෘප්ත කරන සමීකරණය සොයන්න.
- (b) $x^2 + y^2 = 9$ සහ $x^2 + y^2 - 2x + 8y - 7 = 0$ යන වෘත්ත ප්‍රලම්භව ජේදනය කරන සහ $(1, 2)$ ලක්ෂ්‍යය හරහා යන වෘත්තයේ සමීකරණය සොයන්න.

හිමිකම් ඇවිරිණි.