



இலங்கைத் திறந்த பல்கலைக்கழகம்
 விஞ்ஞானத்தில் உயர்தகைமைச் சான்றிதழ் - மட்டம் 2 பகுதி 2
 இறுதிப் பரீட்சை - 2020/2021
 காலம்: மூன்று (03) மணித்தியாலங்கள்
 MHF2521 - கணிதம் 3-வினாத்தாள் I

திகதி: 07.12.2021

நேரம்: 01.30 pm- 04.30 pm

நிரல்படுத்தப்படாத கணிப்பான்களைப் பயன்படுத்தமுடியும். பரீட்சை நேரத்தில் கைத்தொலைபேசிகளைப் பயன்படுத்தல் தடைசெய்யப்பட்டுள்ளது.

பகுதி B இல் குறைந்தது ஒரு வினாவையாவது தெரிவுசெய்து ஐந்து (05) வினாக்களுக்கு விடையளிக்க.

பகுதி A - நுண்கணிதம்

(1) (a) பின்வரும் சார்புகளின் எல்லைகளைக் காண்க.

$$(i) \lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 7}{(x+2)(x^2 - 1)}$$

$$(ii) \lim_{x \rightarrow 4} \frac{x - \sqrt{3x+4}}{4-x}$$

$$(iii) \lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{(1 - \cos \theta + \sin \theta)}{(1 - \cos \theta - \sin \theta)}$$

$$(iv) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x^0}{x^0} \text{ (இங்கு } x^0 = x \text{ இன் கோணம்)}$$

(b) பின்வரும் சார்புகளை முதற் தத்துவத்திலிருந்து வகையிடுக.

$$(i) y = \frac{1}{1-2x}$$

$$(ii) y = \sin x$$

(2) (a) பின்வரும் சார்புகளை வகையிட்டு உமது விடைகளைச் சுருக்குக.

$$(i) y = (1-x)\sqrt{1+x^2}$$

$$(ii) y = x^3(4-x)^{\frac{1}{2}}$$

$$(iii) \ y = \frac{\sqrt{x}}{3x+1} \quad (iv) \ y = \frac{(x^2+1)^8}{x^5}$$

(b) t எனும் நேரத்தில் பலூனொன்றிலுள்ள காற்றின் அளவு $V(t) = \frac{6\sqrt[3]{t}}{4t+1}$ எனத் தரப்படுகிறது.

$t=8$ ஆகும்போது பலூனின் உள்ளே காற்று இருக்குமா அல்லது வெளியேற்றப்பட்டுவிடுமா என தீர்மானிக்க.

(3) (a) பின்வரும் திரிகோணகணித சார்புகளை வகையிட்டு விடைகளைச் சுருக்குக.

$$(i) \ y = \frac{\sin x - \cos x}{\sin x + \cos x}$$

$$(ii) \ y = \sec^2 \frac{x}{2} + \operatorname{cosec}^2 \frac{x}{2} \text{ (விடையை } x \text{ இன் முழுக்கோணங்களில் தருக)}$$

$$(b) \ y = \cos^{-1} \left(\frac{3+5 \cos x}{5+3 \cos x} \right) \text{ எனின், } \frac{dy}{dx} = \frac{4}{5+3 \cos x} \text{ எனக்காட்டுக.}$$

(4) (a) பின்வரும் சார்புகளை x சார்பாக வகையிடுக.

$$(i) \ y = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}} \quad (ii) \ y = \frac{x^2}{2x} \quad (iii) \ y = \ln \left(\frac{\sqrt{x}}{x^2+4} \right)$$

$$(b) \ y = a \cos(\log x) + b \sin(\log x) \text{ எனின், } x^2 \frac{d^2y}{dx^2} + x \frac{dy}{dx} + y = 0 \text{ எனக்காட்டுக.}$$

(c) பின்வரும் வளையியின் தொடலிக்கோடானது கிடையாகவுள்ள எல்லாப்புள்ளிகளையும் காண்க $y = \frac{x+1}{x^2+x+1}$.

(5) (a) $x = \frac{2t}{1+t^2}$, $y = \frac{1-t^2}{1+t^2}$ என உள்ளது. இங்கு t என்பது ஒரு அளவுரு ஆகும்.

t சார்பாக $\frac{dy}{dx}$, $\frac{d^2y}{dx^2}$ என்பவற்றின் பெறுமதிகளைக் காண்க.

(b) $f(x) = 1 - \frac{1}{x} + \frac{2}{\sqrt{x}}$ என்ற சார்பின் $(4, \frac{7}{4})$ எனும் புள்ளியில் தொடலிக்கோட்டின் சமன்பாட்டைக் காண்க.

(c) நேர்கோடொன்றின் வழியே அசைகின்ற துணிக்கையொன்றின் நிலை

$s(t) = 3t^5 - 5t^3 - 7 = 0$ எனத் தரப்படுகிறது. துணிக்கையின் வேகம் $v(t)$ ஐயும் ஆர்முடுகல் $a(t)$ ஐயும் காண்க. ஆர்முடுகல் பூச்சியமாகும் எல்லா நேரங்களையும் (t) காண்க.

(6) (a) $y = x^3 - 6x^2$ என்ற சார்பின் திரும்பற் புள்ளிகளைக் காண்க. முதலாம் வகையீட்டை மட்டும் கருத்திற்கொண்டு, ஒவ்வொரு புள்ளியின் நிலையையும் அடையாளம் காண்க.

இரண்டாம் வகையீட்டைப் பயன்படுத்தி ஊடுருவல் புள்ளியைக் காண்க.

(b) பின்வரும் தொகையீடுகளைக் கணிக்க.

$$(i) \int \frac{7}{(2-3x)^8} dx \quad (ii) \int [(e^x - x^e) + \ln(2x + 1)] dx$$

$$(iii) \int \frac{x^3 - 4x + 3}{x-2} dx \quad (iv) \int \left[\frac{\tan x}{\sin x \cos x} + \frac{1}{16+x^2} \right] dx$$

பகுதி B - ஆழ்கூற்றுக் கேத்திரகணிதம்

(7)

(a) $y = m_1x + c_1$, $y = m_2x + c_2$, $x = 0$ எனும் நேர்கோடுகளால் ஆக்கப்படும் முக்கோணத்தின் பரப்பளவு $\frac{(c_1 - c_2)^2}{2|m_1 - m_2|}$ எனத் தரப்படுகிறது. இதிலிருந்து, $y = 2x + 3$, $y = -x + 3$, $y = x + 1$ எனும் நேர்கோடுகளால் ஆக்கப்படும் முக்கோணத்தின் பரப்பளவைக் காண்க.

(b) $2x - 3y + 26 = 0$ is என்ற நேர்கோடானது

$x^2 + y^2 - 4x + 6y - 104 = 0$ என்ற வட்டத்துக்கு தொடலியாகும் எனக்காட்டுக. தொடலியின் தொடுபுள்ளியூடாகச் செல்லும் வட்டத்தின் விட்டத்தின் சமன்பாட்டைக் காண்க.

(8)

(a) இரண்டு வட்டங்கள் செங்குத்தாக வெட்டுப்பட்டால் திருப்திப்படுத்தக்கூடிய சமன்பாட்டின் நிபந்தனையைக் காண்க.

(b) $(1, 2)$ என்ற புள்ளிக்கூடாகச் சென்று $x^2 + y^2 = 9$,

$x^2 + y^2 - 2x + 8y - 7 = 0$ எனும் வட்டங்களை தனித்தனியாக
செங்குத்தாக வெட்டுகின்ற வட்டத்தின் சமன்பாட்டைக் காண்க.
முற்றும்.