



இலங்கைத் திறந்த பல்கலைக்கழகம்

விஞ்ஞானத்தில் உயர்தகைமைச் சான்றிதழ் – மட்டம் 2 பகுதி 1

இறுதிப் பரீட்சை – 2020/2021

காலம்: மூன்று (03) மணித்தியாலங்கள்

MHF2520 – கணிதம் 2 – வினாத்தாள் I

திகதி: 27.12.2021

நேரம்: 09.30 am- 12.30 pm

நிரல்படுத்தப்படாத கணிப்பான்களைப் பயன்படுத்தமுடியும். பரீட்சை நேரத்தில் கைத்தொலைபேசிகளைப் பயன்படுத்தல் தடைசெய்யப்பட்டுள்ளது.

பகுதி A இல் ஒரு வினாவையும், பகுதி B இல் ஒரு வினாவையும், பகுதி C இல் மூன்று வினாக்களையும், தெரிவுசெய்து எல்லாமாக ஐந்து (05) வினாக்களுக்கு விடையளிக்க.

பகுதி A – திரிகோணகணிதம் (ஒரு வினாவுக்கு மட்டும் விடையளிக்க.)

(1) (a) பொதுத்தீர்வுகளைப் பாவித்து, பின்வரும் சமன்பாடுகளைத் தீர்த்து ஐக் x காண்க, இங்கு $0 \leq x < 2\pi$.

$$(i) \sin x = -\frac{1}{2} \quad (ii) \tan x = -1 \quad (iii) \cos 2x = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

(b) பின்வரும் இருசமன்பாடுகளையும் திருப்திப்படுத்தக்கூடிய θ வின் மிகப்பொதுவான பெறுமதியைக் காண்க.

$$\sin \theta = -\frac{\sqrt{3}}{2} \text{ and } \tan \theta = \sqrt{3}$$

(c) பின்வரும் திரிகோணகணித சமன்பாடுகளின் பொதுத்தீர்வுகளைக் காண்க.

$$(i) \cos 2x + \sin x - 1 = 0 \quad (ii) \sin \theta + \sin 3\theta = \cos \theta + \cos 3\theta$$

(2) (a) $\sqrt{3} \cos \theta + \sin \theta$ என்பதை $R \sin(\theta + \alpha)$ எனும் வடிவத்தில் தருக. இங்கு R , α என்பன உண்மையானவை. இதன்மூலம், $\sqrt{3} \cos \theta + \sin \theta = \sqrt{2}$ என்ற சமன்பாட்டின் பொதுத்தீர்வுகளைக் காண்க.

(b) $(0 < \theta < 2\pi)$ என்ற வீச்சுக்குள் உள்ள θ வின் பெறுமதிகளுக்கு

$$2 \cos \theta \cos 2\theta + \sin 2\theta = 2(3 \cos^3 \theta - \cos \theta)$$
 என்ற சமன்பாட்டைத் தீர்க்க.

(c) $\tan \frac{\theta}{2} = t$ எனின், $\cos \theta = \frac{1-t^2}{1+t^2}$ எனவும் $\sin \theta = \frac{2t}{1+t^2}$ எனவும் காட்டுக.

இதன்மூலம், $\sqrt{3} \sin \theta + \cos \theta = 1$ என்ற சமன்பாட்டின் பொதுத்தீர்வைக் காண்க.

பகுதி B - ஆள்கூற்றுக் கேத்திரகணிதம் (ஒரு வினாவுக்கு மட்டும் விடையளிக்க.)

(3)(a) $2x + y - 3 = 0$, $3x + y - 3 = 0$ எனும் கோடுகளுக்கு இடைப்பட்ட கோணங்களை இருகூறிடும் கோடுகளின் சமன்பாடுகளைக் காண்க. மேலும் அவை ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்தானவை எனவும் காட்டுக.

(b) $3x - 4y + 1 = 0$, $5x + y - 1 = 0$ எனும் கோடுகளின்

இடைவெட்டுப்புள்ளிக்கூடாகவும் ஆள்கூற்று அச்சுகளை சமதூரத்தில் வெட்டுவதுமான நேர்கோட்டின் சமன்பாட்டைக் காண்க.

(4) முக்கோணி ABC இல், AB, AC என்பவற்றின் சமன்பாடுகள் முறையே $2x - y - 1 = 0$, $x - 2y + 1 = 0$. BC இன் நடுப்புள்ளி $(-2, -2)$ ஆகும்.

பின்வருவனவற்றைக் காண்க.

(i) AC இன் நடுப்புள்ளியின் ஆள்கூறு

(ii) BC இன் சமன்பாடு

(iii) முக்கோணி ABC இன் பரப்பு

(iv) முக்கோணி ABC இன் மையத்தின் ஆள்கூறு

பகுதி C - அட்சரகணிதம் (மூன்று வினாக்களுக்கு மட்டும் விடையளிக்க.)

(5) (a) $f(x) = x^4 + 2x^3 + ax^2 + bx + c$ என்ற பல்லுறுப்புக் கோவையானது $x^2 + x - 2$ என்ற கோவையால் பிரிக்கப்படுகிறது. இதே கோவை $(x + 1)$ ஆல் பிரிக்கப்படும்போது, மீதி -8 ஆகும். a, b, c என்பவற்றைக் காண்க.

(b) பின்வரும் பின்னச்சார்பை பகுதிப்பின்னங்களாக வெளிப்படுத்துக.

$$\frac{9x^2 + 35x + 31}{(x + 2)(x^2 + 3x + 2)}$$

(c) பின்வரும் பின்னச்சார்பை புறவரைபாக வரைக, $y = \frac{x-1}{x+2}$.

(6) (a) பின்வரும் சமனிலிகளைத் தீர்த்து எண்கோட்டில் குறித்துக்காட்டுக.

$$(i) 3x - 5 \leq 3 - x \quad (ii) x^2 - 3x + 2 > 0 \quad (iii) |x - 4| < 3$$

(b) பின்வரும் சமனிலிகளை புறவரைபாக வரைந்து x ஐக் காண்க.

$$(i) |x + 2| > 2 \quad (ii) |x^2 - x| > 6$$

(7) (a) $15, 9, 3, \dots, -45$ என்ற எண்கணிதத்தொடரின் கூட்டுத்தொகையைக் காண்க.

(b) S_n என்பது கேத்திரகணித வெளிப்பாடொன்றின் கூட்டுத்தொகையைக் குறிக்கிறது. $33S_5 = S_{10}$, எனின் தொடரின் முதலாம் உறுப்பையும் பொதுவிகிதத்தையும் காண்க.

(8) (a) வரிசையொன்றிலுள்ள ஆசனங்களில் பின்வரும் சந்தர்ப்பங்களில் 5

ஆண்பிள்ளைகளும் 3 பெண்பிள்ளைகளும் எத்தனை முறைகளில் அமரலாம்?

(i) ஒருவருக்கு அடுத்து ஒருவராக மூன்று பெண்பிள்ளைகளும் அமருதல்.

(ii) ஒருவருக்கு அடுத்து ஒருவராக மூன்று பெண்பிள்ளைகளும் அமராமலிருத்தல்.

(b) 4 சிறுவர்களும் 4 சிறுமிகளும் வட்டமொன்றில் ஒன்றுவிட்டு ஒருவராக

நிற்கும்வண்ணம் எத்தனை வழிகளில் ஒழுங்குபடுத்தலாம்?

(c) 32 அட்டைகளைக் கொண்ட தொகுதியொன்றில் 8 கறுப்பு நிறமும், 8 சிவப்பு நிறமும், 8 நீல நிறமும் 8 பச்சை நிறமும் கொண்ட அட்டைகள் உள்ளன. ஒரே நிறத்தைக்கொண்ட அட்டைகள் எல்லாம் வித்தியாசமானவை.

(i) தொகுதியிலிருந்து எழுமாற்றாக 3 அட்டைகள் எத்தனை வித்தியாசமான முறைகளில் தெரிவுசெய்யப்படலாம் எனக் காண்க.

(ii) மேற்படி (i) தெரிவுகளின் எண்ணிக்கையில், எல்லா அட்டைகளும் வித்தியாசமான நிறங்களில் இல்லாமல் இருக்கக்கூடிய தெரிவுகளின் எண்ணிக்கையைக் காண்க.

(9) (a) $\left(\frac{x^2}{2} - \frac{3}{x^3}\right)^{15}$ என்ற ஈருறுப்பு விரிவில் x^5, x^{10} என்பவற்றின் குணகங்களையும் x இல் தங்கியில்லாத உறுப்பையும் காண்க.

(b) $x = 2$, ஆக இருக்கும்போது, $(3 + x)^9$ என்ற விரிவின் ஆகப்பெரிய உறுப்பைக் காண்க.

முற்றும்.



இலங்கை திறந்த பல்கலைக்கழகம்

விஞ்ஞானத்தில் உயர் சான்றிதழ்கள் - நிலை 2 பகுதி 1

இறுதித் தேர்வு - 2020/2021

காலம்: மூன்று (03) மணிநேரம்

MHF2520 - கணிதம் 1- வினாத்தாள் II

நாள்: 03 தை 2022

நேரம்: காலை 9.30 - மதியம் 12.30

அறிவுறுத்தல்கள்

நிரல்படுத்த முடியாத கணிப்பாண்களைப் பயன்படுத்த உங்களுக்கு அனுமதி உண்டு. பரீட்சை காலத்தில் கைத்தொலைபேசி பாவனை தடைசெய்யப்பட்டுள்ளது.

ஐந்து (05) கேள்விகளுக்கு பதிலளிக்கவும்.

பகுதி A - முக்கோணவியல்

(பகுதி A இலிருந்து ஒரு கேள்விக்கு மட்டும் பதிலளிக்கவும்)

1. (a) $\cos(45^\circ - A) \cos(45^\circ - B) - \sin(45^\circ - A) \sin(45^\circ - B) = \sin(A + B)$ என்பதை நிரூபிக்கவும்.

(b) பின்வரும் வெளிப்பாடுகளை எளிமைப்படுத்தவும்.

$$(i) \sin 2x + \sin 6x + \sin 5x + \sin 3x \quad (ii) \frac{\cos 75^\circ - \cos 15^\circ}{\sin 75^\circ + \sin 15^\circ}$$

(c) X இற்கான பின்வரும் சமன்பாட்டைத் தீர்க்கவும்.

$$\tan^{-1}(x - 1) + \tan^{-1}(x + 1) = \tan^{-1}(3x) - \tan^{-1}(x)$$

2. (a) பின்வரும் தொடர்புகளிற்கான வரைபுகளை வரையவும்.

$$(i) y = \sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) \quad (ii) y = \cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) \quad (iii) y = \tan\left(\frac{x}{3} + \frac{\pi}{6}\right)$$

(b) நிறுவுக

$$\tan^{-1}\left(\frac{1}{3}\right) + \tan^{-1}\left(\frac{1}{5}\right) + \tan^{-1}\left(\frac{1}{7}\right) + \tan^{-1}\left(\frac{1}{8}\right) = \frac{\pi}{4}$$

பகுதி B - புள்ளியியல்

(பகுதி B யிலிருந்து இரண்டு கேள்விகளுக்கு மட்டும் பதிலளிக்கவும்)

3. (a) லாமியின் (Lami) தேற்றத்தைக் கூறி விளக்கப்படத்துடன் விளக்கவும்
(b) 5 m நீளமுள்ள ஒரு நீட்டிக்க முடியாத இலேசான கயிற்றின் ஒரு முனை புள்ளி A யில் நிலைநிறுத்தப்பட்டுள்ளது. கயிற்றின் மற்றொரு முனை 1 kg எடையுள்ள ஒரு சிறிய பொருளுடன் இணைக்கப்பட்டுள்ளது. அப்பொருளானது கிடைமட்ட விசையால் A இனூடான செங்குத்து தளத்திலிருந்து 3 m தூரம் வரை இழுக்கப்படுகிறது. கயிற்றில் தாக்கும் இழுவிசை மற்றும் கிடைமட்ட விசையின் பருமன்களை காண்க.
($g = 10 \text{ ms}^{-2}$)
4. (a) ஆரை a மற்றும் எடை W கொண்ட ஒரு சீரான கோளம் தட்டையான செங்குத்து சுவரில் தொடுகையில் நீட்டிக்கமுடியாத நீளம் l உடைய இலேசான கயிற்றினால் இணைக்கப்பட்டு சுவருடன் ஓய்வுநிலையில் உள்ளது. கயிறானது கோளத்தின் மையம் C உடன் இணைக்கப்பட்டு B எனும் சுவரில் உள்ள புள்ளியுடன் இணைக்கப்பட்டுள்ளது. கயிற்றின் இழுவிசையினை காண்க. மற்றும் கோளத்தில் தாக்கும் சுவரினாலான எதிர்வினை ஆகியவற்றைக் கண்டறியவும்.
(b) ஒரு மென்மையான ஆப்பு ஒரு தட்டையான செங்குத்து சுவரில் இருந்து A தொலைவில் புள்ளி P இல் நிலைநிறுத்தப்படுகிறது. நீளம் 6A மற்றும் எடை W கொண்ட ஒரு சீரான கோல் AB ஆனது அதன் முனை A ஆனது சுவருடன் தொடுநிலையில், ஆப்பின்மீது சமநிலையில் உள்ளது. கோல் AB ஆனது கிடையுடன் அமைக்கும் கோணம் θ எனின், கோல் AB இல் தாக்கும் விசைகளின் அடிப்படையில் விசைமூக்கோணத்தை வரைக.
W மற்றும் θ இன் அடிப்படையில் P இல் எதிர்வினையைக் கண்டறியவும்.
மேலும் $3 \cos^3 \theta = 1$ என்பதைக் காட்டுக.
5. AB, BC ஆகிய இரு சீரான கோல்கள் சம நீளம் 2a கொண்டவையாகவும் முறையே W, 2W எடை உடையவையுமாகும். அவ்விரு கோல்களும் B இல் ஒன்றாக ஒப்பமாக பிணைக்கப்பட்டுள்ளதோடு ஒரு நிலையான கிடைவிட்டத்தில் A மற்றும் C இல் ஒப்பமாக இணைக்கப்படுகின்றன. இக்கட்டமைப்பானது செங்குத்துத்தளத்தில் B ஆனது AC க்கு கீழாகவும் கோணம் $\hat{CAB} = \alpha$ ஆகவும் அமையும் வண்ணம் சமநிலையில் உள்ளது.

(i) B இல் உள்ள இணைப்பின் எதிர்வினையின் கிடைமட்ட கூறு $\frac{3}{4}W \cot \alpha$,
என்பதைக் காட்டுக

மேலும் இந்த எதிர்வினையின் செங்குத்து கூறுகளையும் கண்டறியவும்.

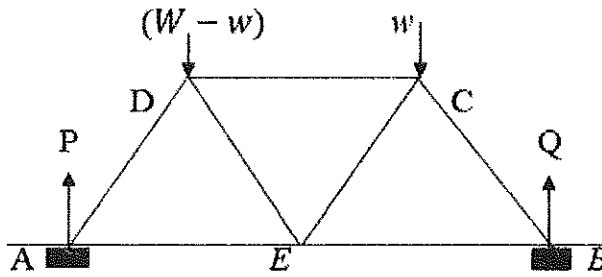
(ii) மேலும், A மற்றும் C இல் உள்ள எதிர்வினைகளின் செயற்கோடு ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்தாக இருந்தால், $\tan \alpha = \frac{3}{\sqrt{35}}$ எனக்காட்டுக

6. கீழே படத்தில் காட்டப்பட்டுள்ளவாறு, ஒரு சட்டப்படலானது சுதந்திரமாக இணைக்கப்பட்ட சம நீளமுள்ள ஏழு இலேசான கோல்களினால் ஆக்கப்பட்டுள்ளது. A மற்றும் B ஒப்பமாக தாங்கப்பட்டுள்ளது. D மற்றும் C இல் $(W - w)$, w ஆகிய சுமைகள் உள்ளன. A இல் தாக்கும் கட்டமைப்பின் எதிர்வினை $P = \frac{3W}{4} - \frac{w}{2}$ என்பதைக் காட்டுக.

$W > 2w$ எனத்தரப்பட்டின், போவின் (Bow's) குறியீட்டுமுறைமையில் பொருத்தமான விசைவரிப்படம் வரைந்து, AE, DE மற்றும் DC ஆகிய கோல்களில் உள்ள அழுத்தங்களைக் கண்டறியவும்.

அவை இழுவிசைகளா தள்ளுவிசைகளா என்பதைக் குறிக்க.

DC இல் உள்ள அழுத்தம் W இலிருந்து சுயாதீனமாக இருப்பதைக் காட்டுங்கள்.



பகுதி C - இயக்கவியல்

(பகுதி Cயில் இருந்து இரண்டு கேள்விகளுக்கு மட்டும் பதிலளிக்கவும்)

7. (a) கப்பல் A ஆனது 20 kmh^{-1} வேகத்தில் வடக்கு நோக்கி நகர்கிறது. அதேவேளை கப்பல் B ஆனது A இற்கு கிழக்கே 2 km தூரத்தில் 15 kmh^{-1} வேகத்தில் மேற்கு நோக்கி நகர்கிறது. கப்பல் B தொடர்பாக கப்பல் A யின் வேகத்தை கணிக்க. மேலும் இரண்டு கப்பல்களுக்கும் இடையேயான குறுகிய தூரத்தைக் கண்டறியவும்.

(b) 1000 kg எடையுள்ள மகிழுந்து, 600 kg எடையுள்ள கூண்டுவண்டியினை கிடையான வீதியில் இழுத்துச் செல்கிறது. இயந்திரத்தால் உற்பத்தி செய்யப்படும் தூண்டல் விசை 400 N , இத்துடன் இயக்கத்திற்கு எதிர்ப்பு விசைகள் ஏதும் இல்லை ஆயின், இழுவைச் சட்டத்தில் உள்ள இழுவிசை மற்றும் மகிழுந்துவின் ஆர்முடுகல் ஆகியவற்றைக் கணிக்க.

8. (a) 200 g திணிவுடைய துணிக்கையானது கிடையுடன் 30° கோணமாக்கும் சாய்ந்த ஒப்பமான தளத்தில் ஓய்வில் உள்ளது. அத்துணிக்கையானது இலேசான இழையொன்றுடன் இணைக்கப்பட்டு மறு நுனியானது 400 g திணிவுடைய பொருளொன்றுடன் தொடுக்கப்பட்டுள்ளது. தளத்தின் உச்சியில் உள்ள ஒப்பமான கப்பியின் மேலாக செல்லும், திணிவுகள் இணைக்கப்பட்டுள்ள இழையானது பிடியிலிருந்து மெதுவாக விடப்படுகின்றது. எத்துணிக்கை கீழ்நோக்கி இயங்கும் எனவும் அதன் ஆர்முடுகலினையும் கணிக்க. ($g = 9.81 \text{ ms}^{-2}$)

(b) u வேகத்துடன் நகரும் m திணிவுடைய கோளமானது நிலையான பிறிதொரு சர்வசமனான கோளத்துடன் நேரடியாக மோதுகிறது. மோதலுக்குப் பின்னரான கோளங்களின் வேகங்களைக் கண்டறியவும். மீள் குணகம் 0.5 ஆக இருக்கும்போது, இயக்கப்பண்புச்சக்தி இழப்பைக் கணக்கிடவும்.

9. W எடையுள்ள ஒரு கார் அதிகபட்ச வலு H ஐக் கொண்டுள்ளது. அனைத்து சூழ்நிலைகளிலும் உராய்வு காரணமாக ஒரு நிலையான எதிர்ப்பு R உள்ளது. கார் n இல் 1 சாய்வாக மேல்நோக்கி நகரும் போது $\left(\sin^{-1}\left(\frac{1}{n}\right)\right)$ அதன் அதிகபட்ச கதி v , அதேவேளை அதே சாய்வில் கீழ்நோக்கி நகரும் போது அதிகபட்ச கதி $2v$ ஆகும். W மற்றும் n அடிப்படையில் R ஐக் கண்டறியவும்.

(முற்றும்)