



இலங்கை திறந்த பல்கலைக்கழகம்

விஞ்ஞானத்தில் உயர் சான்றிதழ்கள் - நிலை 2 பகுதி 1

இறுதித் தேர்வு - 2020/2021

காலம்: மூன்று (03) மணிநேரம்

MHF2522 - கணிதம் 4 - வினாத்தாள் II

நாள்: 03 தை 2022

நேரம்: மதியம் 1.30 - மாலை 4.30

அறிவுறுத்தல்கள்

நிரல்படுத்த முடியாத கணிப்பாண்களைப் பயன்படுத்த உங்களுக்கு அனுமதி உண்டு. பரீட்சை காலத்தில் கைத்தொலைபேசி பாவனை தடைசெய்யப்பட்டுள்ளது.

ஒவ்வொரு பகுதியிலிருந்தும் குறைந்தது இரண்டு கேள்விகள் உட்பட ஐந்து (05) கேள்விகளுக்கு பதிலளிக்கவும்.

பகுதி A - நுண்கணிதம்

1. (a) பொருத்தமான மாற்றீடு செய்வதன் மூலம் பின்வரும் வரையறாதொகையீடுகளைக் கண்டறியவும்.

$$(i) \int \frac{x^3}{\sqrt{x^2+1}} dx \quad (ii) \int \sqrt{a^2-x^2} dx \quad (iii) \int 5^x dx$$

- (b) பகுதி பின்னங்களைப் பயன்படுத்துவதன் மூலம், பின்வரும் வரையறாதொகையீட்டினைக் கண்டறியவும்.

$$\int \frac{x}{(x-1)(x^2+4)} dx$$

2. (a) பகுதிகளாக பிரித்து தொகையிடுவதன் மூலம், பின்வரும் வரையறாதொகையீட்டினைக் கண்டறியவும்.

$$\int e^x \cos x dx$$

- (b) பின்வரும் வரையறாதொகையீடுகளைக் கண்டறியவும்.

$$(i) \int \frac{dx}{\sqrt{6-x-2x^2}} \quad (ii) \int \frac{dx}{\sqrt{4x^2-8x-5}}$$

3. (a) பின்வரும் வரையறாதொகையீடுகளைக் கண்டறியவும்.

$$(i) \int \cos^5 x dx \quad (ii) \int \sin^4 3x \cos^5 3x dx$$

(b) பின்வரும் வரையறுத்த தொகையீடுகளை மதிப்பிடவும்.

$$(i) \int_0^1 x \tan^{-1} x \, dx \quad (ii) \int_1^2 \frac{5x-4}{(1-x+x^2)(2+x)} dx$$

4. (a) பகுதிகளாகத்தொகையிடல் முறையைப் பயன்படுத்தி,

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^6 x \, dx = \frac{5}{6} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^4 x \, dx = \frac{5 \cdot 3}{6 \cdot 4} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 x \, dx = \frac{5\pi}{32} \text{ எனக்காட்டவும்.}$$

(b) வளைகோடு  $y = x(4-x)$  இனால் ஆக்கப்படும் பரப்பளவு மற்றும் X அச்சினைக் காண்க.

### பகுதி B - புள்ளியியல்

5. (a) நான்கு வகுப்புகளில் உள்ள மாணவர்களின் எண்ணிக்கை 12, 20, 18 மற்றும் 10 ஆகும். ஒவ்வொரு வகுப்பின் மாணவர்களின் உயரத்தின் சராசரி முறையே 4.3, 4.6, 4.9 மற்றும் 5.1 ஆகும். எனின், அனைத்து மாணவர்களின் சராசரி உயரத்தைக் கண்டறியவும்.

(b) ஒரு 73 பக்கங்களையுடைய ஆக்கத்தின் மூலப்பிரதி மெய்ப்பு நோக்குதல் செயற்பாட்டின் போது, ஒவ்வொரு பக்கத்திலும் இனங்காணப்பட்ட தவறுகளின் எண்ணிக்கை கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள அட்டவணையில் தரப்பட்டுள்ளது.

தவறுகளின் எண்ணிக்கை	1	2	3	4	5	6	7
பக்கங்களின் எண்ணிக்கை	5	9	12	17	14	10	6

(i) நேரடி முறை

(ii) அனுமான சராசரி முறை ஆகிய இரு முறைகளிலும் ஒரு பக்கத்திற்குக் காணப்படும் தவறுகளின் எண்ணிக்கையின் சராசரியைத் தீர்மானிக்கவும்.

6. (a) பின்வரும் தரவுகளுக்கு திரள் மீட்டர் வளையியை வரையவும்.

வகுப்பு இடைவெளி	10-19	20-29	30-39	40-49	50-59	60-69	70-79	80-89
மாணவர்களின் எண்ணிக்கை	1	6	18	42	68	49	16	4

(b) மேலே உள்ள தரவைப் பயன்படுத்தி, முதலாம், இரண்டாம் மற்றும் மூன்றாம் காலனைகளை (Q1, Q2 மற்றும் Q3) கணக்கிடுங்கள்.

(c) மீடிறன் பரம்பலினை குறிக்கும் நிரல் வரைபினை வரைந்து மீடிறன் பல்கோணியினையும் வரைக.

7. ஒரு குறிப்பிட்ட நிறுவனத்தில் பணியாற்றும் 1020 ஊழியர்களுக்கான வயதுப் பகிர்வு பின்வருமாறு.

வயது (ஆண்டுகளில்)	20-24	25-29	30-34	35-39	40-44	45-49	50-54
பணியாளர்களின் எண்ணிக்கை	12	96	198	324	216	107	67

- இடை
  - இடைநிலை
  - நியமவிலகல்
  - சிதறலின் ஒப்பீட்டு நடவடிக்கைகள் (மாறுபாட்டின் குணகம்)
  - வளைவின் குணகம்
- ஆகியவற்றை காண்க.

8. (a) ஓர் மீடிறன் பரவலின் இடை = 750, இடைநிலை = 736, முகடு = 715 மற்றும் நியமவிலகல் = 230, எனின் பின்வருவனவற்றை கணிக்க

- வளைவின் அளவு
- மாறுபாட்டின் குணகம்.

(b) பின்வரும் பன்னிரண்டு எண்கள் 3,6,9,12,4,6,8,10,12,14,x,y முகடு 6 உம் மற்றும் இடை 8 உம் கொண்டுள்ளன.

- x மற்றும் y இன் பெறுமானங்களை காண்க
- மேற்கூறிய பன்னிரண்டு எண்களின் இடைநிலையினை கணிக்க

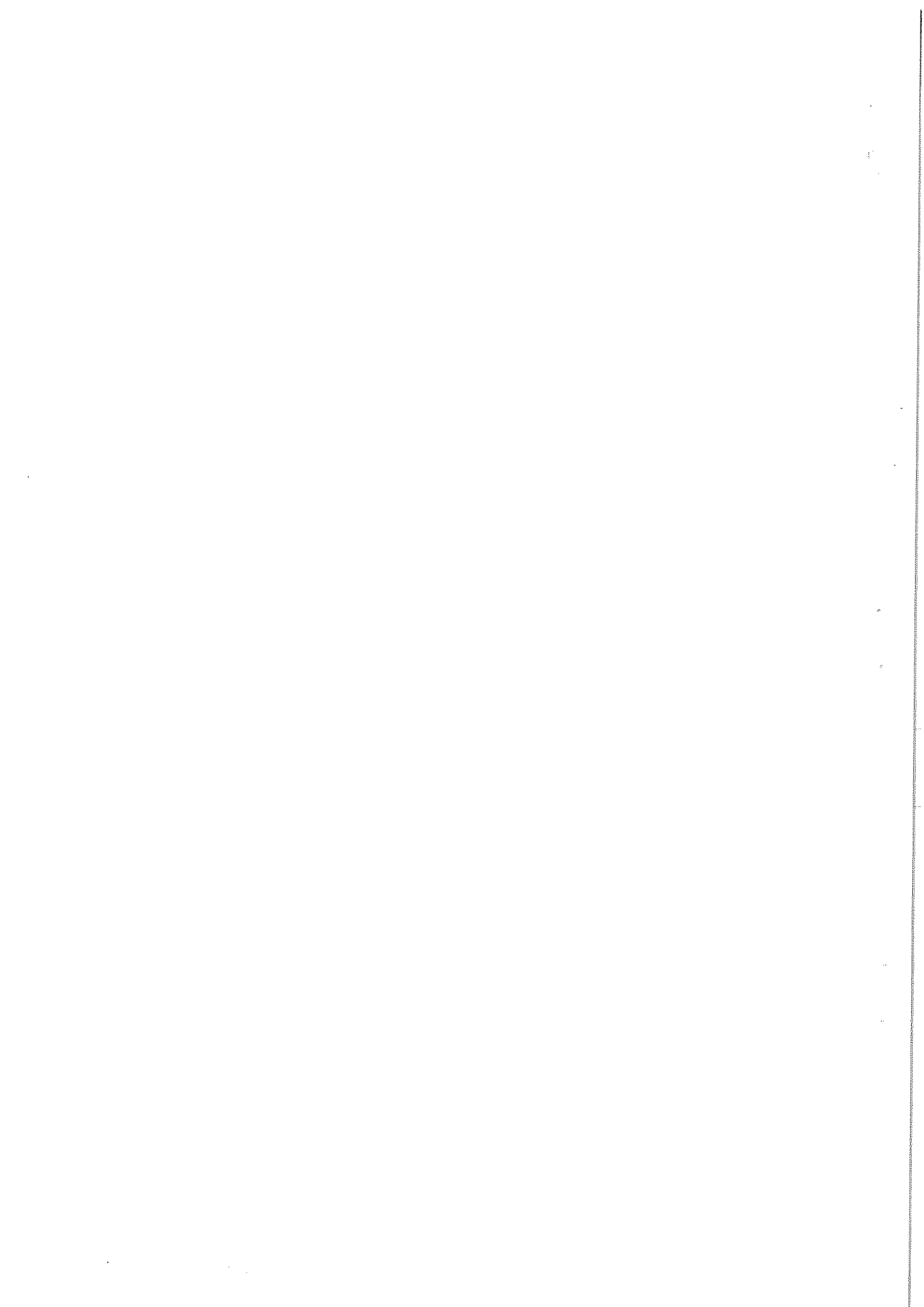
8-k, 8, 8+k ஆகிய வேறு மூன்று கூடுதல் எண்கள் சேர்க்கப்படும்போது, பதினைந்து எண்களின் மாறுபாட்டெண் 12 ஆகக் காணப்படுகிறது. k இன் பெறுமானங்களை கண்டறியவும்.

(c) 50 ஆண் தொழிலாளர்களைக் கொண்ட குழுவிற்கு அவர்களின் தினசரி ஊதியத்தின் சராசரி மற்றும் நியமவிலகல் முறையே 63 டாலர்கள் மற்றும் 9 டாலர்கள் ஆகும்.

40 பெண் தொழிலாளர்களைக் கொண்ட குழுவிற்கு இந்த பெறுமானங்கள் முறையே 54 டாலர்கள் மற்றும் 6 டாலர்கள் ஆகும்.

90 தொழிலாளர்களைக் கொண்ட ஒருங்கிணைந்த குழுவின் சராசரி மற்றும் மாறுபாட்டெண் ஆகியவற்றை கண்டறியவும்.

(மற்றும்)





இலங்கைத் திறந்த பல்கலைக்கழகம்

விஞ்ஞானத்தில் உயர்தகைமைச் சான்றிதழ் - மட்டம் 2 பகுதி 2

இறுதிப் பரீட்சை - 2020/2021

காலம்: மூன்று (03) மணித்தியாலங்கள்

MHF2522 - கணிதம் 4-வினாத்தாள் I

திகதி: 27.12.2021

நேரம்: 01.30 pm- 04.30 pm

நிரல்படுத்தப்படாத கணிப்பான்களைப் பயன்படுத்தமுடியும். பரீட்சை நேரத்தில் கைத்தொலைபேசிகளைப் பயன்படுத்தல் தடைசெய்யப்பட்டுள்ளது.

ஒவ்வொரு பகுதியிலும் குறைந்தது ஒரு வினாவையாவது தெரிவுசெய்து ஐந்து (05) வினாக்களுக்கு விடையளிக்க.

பகுதி A - அட்சரகணிதம்

(1)(a) பின்வரும் சிக்கலெண்களை  $r, \theta$  வடிவில் வெளிப்படுத்துக. ஒவ்வொரு சிக்கலெண்ணினதும் மட்டுப்பெறுமானத்தையும் கோணத்தையும் எழுதுக.

$$(i) \frac{1+7i}{(2-i)^2} \quad (ii) \frac{(1+i\sqrt{3})^2}{4i(1-i\sqrt{3})}$$

(b)

$$\frac{\cos \alpha + i \sin \alpha}{\cos \beta + i \sin \beta} = \cos(\alpha - \beta) + i \sin(\alpha - \beta) \text{ எனக்காட்டுக.}$$

$$z_1 = -1 + i, z_2 = 1 + i\sqrt{3} \text{ எனக்கொள்க.}$$

$\frac{z_1}{z_2}$  என்னும் வடிவத்தின் உண்மையான பகுதியையும் கற்பனைப்பகுதியையும்

காண்க..

$z_1, z_2$  என்பவற்றை  $r(\cos \theta + i \sin \theta)$  என்னும் வடிவத்தில் வெளிப்படுத்துக,

இங்கு  $r > 0, 0 < \theta < \pi$ .

$\cos \frac{5\pi}{12} = \frac{1}{4}(\sqrt{6} - \sqrt{2})$  என உய்த்தறிக.

(2)  $z$  ஆனது சிக்கலெண்  $\frac{1}{2}(1 + i\sqrt{3})$  எனக்கொள்க.

$2z^2, \frac{3}{z^2}$  எனும் சிக்கலெண்களின் மட்டுப்பெறுமானத்தையும் கோணத்தையும் காண்க.

ஆகன் வரிப்படமொன்றில் (Argand diagram)  $O$  ஆனது உற்பத்தியையும்,  $A$  ஆனது சிக்கலெண்  $2z^2$  ஐயும்  $B$  ஆனது சிக்கலெண்  $\frac{3}{z^2}$  ஐயும் குறிக்கின்றன.

$z$  ஐக் குறிக்கின்ற புள்ளியானது  $O$  இற்கும்  $B$  இற்கும் ஊடாகச் செல்லும் கோட்டில் இருக்குமா? உமது விடையை உறுதிப்படுத்தவும். புள்ளி  $C$  ஆனது  $OACB$  ஒரு இணைகரமாக இருக்குமாறு தெரிவு செய்யப்படுகிறது.

$C$  குறிக்கின்ற சிக்கலெண்ணை,  $p + iq$  எனும் ஆள்கூற்று வடிவத்தில் தீர்மானிக்க.  $OABC$  இன் மூலைவிட்ட நீளங்களைக் காண்க.

### பகுதி B – இயக்கவியல்

(3) (a) துணிக்கையொன்று நேர்கோடொன்றில் எளிமையிசை இயக்கத்தில் இயங்குகிறது. துணிக்கையானது அலைவுமையத்திலிருந்து  $1m, 2m$  எனும் தூரங்களில் இருக்கும்போது வேகங்கள் முறையே  $4ms^{-1}, 3ms^{-1}$  ஆகும். துணிக்கையின் கோணவேகத்தையும் ( $\omega$ ) வீச்சையும் ( $a$ ) காண்க.

(b)  $3kg$  திணிவுள்ள துணிக்கையொன்று நேர்கோடொன்றில் அசைகிறது. அலைவு மையத்திலிருந்து ( $O$ ) துணிக்கையின் இடப்பெயர்வு  $1m$  ஆகவிருக்கும்போது, அதன் வேகம்  $4ms^{-1}$  ஆகும். அதே நேரத்தில், துணிக்கையின் மையம்  $O$  ஐ நோக்கிய விசையானது  $12N$  ஆகும். துணிக்கையின் அலைவுகாலத்தையும் வீச்சையும் காண்க.

(4)  $2kg$  திணிவுடைய துணிக்கையொன்று இயற்கைநீளம்  $l$   $m$  உடைய மீள்தகவு இழையொன்றின் ஒரு முனையில் பொருத்தப்பட்டிருக்கிறது. இழையின் மறுமுனையானது மென்மையான கிடையான தளமொன்றில் புள்ளி  $A$  உடன் பொருத்தப்பட்டிருக்கிறது. துணிக்கையானது தளத்திற்கு குறுக்கே  $AC =$

1.5 m ஆகமாறு உள்ள புள்ளி C இற்கு இழுக்கப்பட்டு பின்பு C இலிருந்து ஓய்விலிருந்து விடுவிக்கப்படுகிறது. B ஆனது  $AB = 1m$  ஆகமாறு AC இல் உள்ள ஒரு புள்ளியாகும். இழையின் யங்கின் மட்டு  $10 N$  எனின், பின்வருவனவற்றைக் காட்டுக.

- (i) C இலிருந்து B இற்கு, துணிக்கையானது B ஐ மையமாகக்கொண்ட எளிமை இசை இயக்கத்தை விரும்பும்.
- (ii) B இலிருந்து C இற்கு பயணம்செய்ய எடுக்கும் நேரம்  $\frac{\sqrt{5}\pi}{10}$  s ஆகும்.
- (iii) B இல் துணிக்கையின் வேகம்  $\frac{\sqrt{5}}{2} ms^{-1}$  ஆகும்.
- (iv) துணிக்கையானது  $\frac{4\sqrt{5}}{5}$  s எனும் நேரத்துக்கு மாறாவேகத்தில் பயணிக்கும்.

### பகுதி C – நிலையியல்

(5)  $a$  ஆரையையும் மையத்தில்  $2\alpha$  கோணத்தையும் அமைக்கின்ற சீரான வட்ட வில்லொன்றின் திணிவுமையம் வட்டத்தின் மையத்திலிருந்து  $\frac{a \sin \alpha}{\alpha}$  தூரத்தில் இருக்கும் எனக்காட்டுக. இதிலிருந்து,  $a$  ஆரையுள்ள சீரான அரைவட்டவில் AB இன் புவியீர்ப்புமையத்தின் நிலையை உய்த்தறிக. அதே திரவியத்தால் செய்யப்பட்ட  $2a$  நீளமுள்ள மெல்லிய அழுத்தமான இழையொன்று AB இன் முனைகளில் தொடுக்கப்பட்டுள்ளது. முழுத்தொகுதியின் புவியீர்ப்புமையமானது விட்டம் AB இலிருந்து  $\frac{2a}{2+\pi}$  எனும் தூரத்தில் இருக்கும் எனக் காட்டுக. தொகுதியானது முனை A யில் ஓய்விலிருந்து தொங்கவிடப்பட்டிருப்பின், நிலைக்குத்தச்சுடன் விட்டம் AB அமைக்கும் கோணம்  $\tan^{-1} \left( \frac{2}{2+\pi} \right)$  எனக்காட்டுக.

(6)  $h$  உயரமுடைய சீரான திண்ம செங்கோண கூம்பொன்றின் திணிவுமையம் அதன் உச்சியிலிருந்து  $\frac{3h}{4}$  எனும் தூரத்தில் இருக்கும் எனக்காட்டுக. அரை உச்சிக்கோணம்  $15^\circ$  உடைய மேற்படி கூம்பொன்று, அதன் அடி கிடையான கரடுமுரடான தரையொன்றில் இருக்குமாறு வைக்கப்பட்டுள்ளது. கூம்பின் உச்சியில் பொருத்தப்பட்ட நீட்சியடையாத இழையொன்றினால் அது ஒரு பக்கத்துக்கு சரிக்கப்படுகிறது. இழையானது கிடையுடன்  $45^\circ$  அமைக்குமாறு கீழ்நோக்கி இழுக்கப்படுகிறது. கூம்பின் உச்சியானது அதன் அடியின் நிலத்துடனான தொடுபுள்ளியுடன் நிலைக்குத்தாக உள்ளபோது கூம்பு நிலத்துடன் வழக்கத்

தொடங்குகிறது. இழையிலுள்ள இழுவை  $T$ , உராய்வு விசை மற்றும் செங்குத்து மறுதாக்கம் என்பவற்றைத் தீர்மானிப்பதற்கு போதுமானளவு சமன்பாடுகளை எழுதுக. இதிலிருந்து பின்வருவனவற்றைக் காட்டுக.

$$(i) T = \frac{3\sqrt{2}w}{16} \quad (w - \text{கூம்பின் நிறை})$$

$$(ii) \text{உராய்வுக்குணகத்தின் பெறுமதி} = \frac{3}{9}.$$

### பகுதி D – நிகழ்தகவு

(7)(a) நாணயமொன்று மூன்றுமுறை சுண்டப்படுகிறது. முடிவுகளுக்கான

பொதுத்தொடையை எழுதுக.

$A =$  நிகழ்வு {முதலாவது தடவையில் தலையைப் பெறல்},  $B =$  நிகழ்வு {இரண்டாவது தடவையில் தலையைப் பெறல்},  $C =$  நிகழ்வு {மூன்றாவது தடவையில் தலையைப் பெறல்}

(i)  $A, B, C$  இன் உறுப்புக்களை எழுதுக.

(ii) பின்வருவனவற்றைக் காண்க.  $n(A), n(B), n(C), n(A \cap B), n(B \cap C), n(C \cap A), n(A \cap B \cap C)$

(b) பின்வரும் தொடைகளுக்கு டி மோகனுடைய (De Morgan's law) விதியை நிறுவுக.

$$A = \{1, 2, 3\} \quad B = \{2, 4, 6\} \quad U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$$

(c)  $P(A \cap B) = \frac{1}{4}$  ஆகமாறு  $A, B$  என்பன இரு எழுமாற்று நிகழ்வுகள் ஆகும்.

அத்துடன்  $P(A) = (A/B') = \frac{5}{12}$  ஆகும். இங்கு  $B'$  இன் நிரப்பு நிகழ்வு ஆகும். பின்வருவனவற்றைக் காண்க.

$$(i) P(B/A) \quad (ii) P(B) \quad (iii) P(A/B) \quad (iv) P(A \cup B)$$

நிகழ்வுகள்  $A, B$  என்பவை பரஸ்பரம் பிரத்தியேகமானவையா (mutually exclusive)? ஒன்றிலொன்று தங்கியிருக்காதவையா (Independent)? ஒவ்வொரு வகையிலும் உமது விடைகளை உறுதிப்படுத்துக.

(8)(a) பெட்டியொன்று 3 வெள்ளைப் பந்துகளையும் 7 கறுப்புப் பந்துகளையும்

கொண்டுள்ளது. எழுமாற்றாக இரண்டு வெள்ளைப் பந்துகளை எடுப்பதற்கான நிகழ்தகவைக் காண்க.



(b) A , B என்பன இரு நிகழ்வுகள் எனக்கொண்டு, பின்வரும் கூற்றுக்களை வரையறுக்க.

(i) நிகழ்வுகள் A , B என்பன ஒன்றிலொன்று தங்கியிருக்காதவை(Independent),

(ii) நிகழ்வுகள் A , B என்பன பரஸ்பரம் பிரத்தியேகமானவை(mutually exclusive),

(iii) நிகழ்வுகள் A , B என்பன முழுமையானவை(exhaustive).

A , B என்பவற்றின் நிரப்பு நிகழ்வுகள் முறையே A' , B' எனக்கொள்க.

$P(A \cap B) + P(A \cap B') = P(A)$  எனக்காட்டுக.

$P(A) = \frac{1}{2}$ ,  $P(B) = \frac{1}{3}$  மற்றும்  $P(A \cap B') = \frac{1}{2}$  எனின்,  $P(A' \cap B)$ ,  $P(A' \cap B')$  இன்

பெறுமதிகளைக் காண்க.

- (9) (a) முன்று நாணயங்களில் ஒன்று அது ஒருமுறை சுண்டப்படும்போது தலை வருவதற்கான நிகழ்தகவு p ஆகுமாறு உள்ள சார்பான (biased) நாணயமாகும். முற்ற இருநாணயங்களும் சார்பற்றவையாகும் (unbiased). அந்த முன்று நாணயங்களில் ஒன்று எழுமாற்றாக தெரிவுசெய்யப்பட்டு இருமுறை சுண்டப்படுகிறது. சாத்தியமான விளைவுகளைக் காட்டும் மரவரிப்படத்தை வரைக. இரு சுண்டல்களிலும் தலைகளைப் பெறுவதற்கான நிகழ்தகவு  $\frac{17}{54}$  எனின், p இன் பெறுமதியைக் காண்க. p இன் இப்பெறுமதிக்கு, இருசுண்டல்களிலும் உண்மையில் தலைகள் பெறப்பட்டது எனத் தரப்பட்டால், தெரிவுசெய்யப்பட்ட நாணயம் சார்பானதாக (biased) இருப்பதற்குரிய நிகழ்தகவைக் காண்க.

முற்றும்.

