

இலங்கை திறந்த பல்கலைக்கழகம்

கணிதத் திணைக்களம்

விஞ்ஞானத்தில் உயர்சான்றிதழ்

MYF2522/MHF2522 – இணைந்த கணிதம் 4 – மட்டம் 2

இறுதிப் பரீட்சை 2021/22



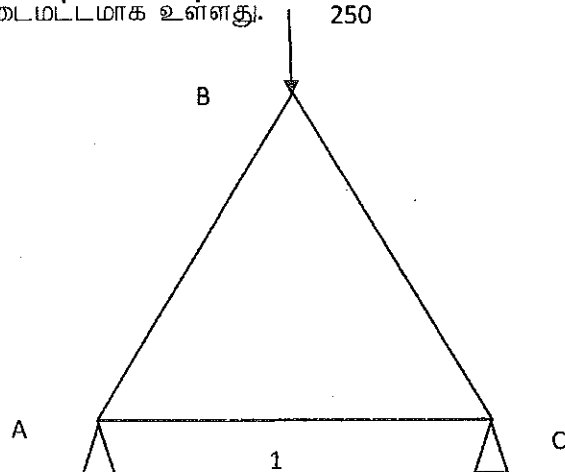
திகதி:- 28-01-2023

மு.ப 09.30 இலிருந்து பி.ப 12.30 வரை

பகுதி A இல் அனைத்து வினாக்களுக்கும் மற்றும் பகுதி B இல் ஐந்து வினாக்களுக்கும் விடையளிக்குக.

பகுதி A

1. சீரான W நிறையுடைய ஒரு ஏணி, ஒரு முனை ஒப்பமான செங்குத்து சுவரினை தொட்டுக் கொண்டும் மற்றும் ஏணியின் பாதம் கரடுமுரடான தரையில் கிடையுடன் α கோணத்தில் சாய்ந்திருக்கும் வகையிலும் எல்லை சமனிலையில் உள்ளது. சவருடன் ஏணியின் சாய்வு $\tan^{-1}[2\tan(\lambda - \alpha)]$ என நிறுவுக, இங்கு λ உராய்வுக் கோணம் ஆகும்.
2. AB மற்றும் AC ஆகிய இரண்டு சம நிறையுடைய கோல்கள் A இல் ஒப்பமாக பிணைக்கப்பட்டுள்ளன, ஒவ்வொன்றினதும் நிறை W ஆகும். AC இன் மீது A இலிருந்து $\frac{3}{4}AC$ தூரத்தில் உள்ள ஒரு புள்ளியில் W' என்னும் ஒரு நிறை தொங்கவிடப்பட்டுள்ளது, B மற்றும் C ஐ இணைக்கும் ஒரு இலேசான மீள்தன்மையில்லாத இழை மூலம் ஒரு ஒப்பமான கிடைமட்ட தளத்தில் B மற்றும் C ஓய்வில் இருக்குமாறு இரண்டு கோல்களும் சமனிலையில் வைக்கப்பட்டுள்ளது. $\hat{BAC} = 2\theta$ எனின், இழையில் உள்ள இழுவை $\left(\frac{4W+W'}{8}\right)\tan\theta$ எனக் காட்டுக.
3. மூன்று சமமான இலேசான கோல்களைக் கொண்ட ஒரு சட்டகம் படத்தில் காட்டப்பட்டுள்ளது. இது A மற்றும் C இல் இரண்டு ஒப்பமான ஆதாரங்களில் சமனிலையில் வைக்கப்படுகிறது மற்றும் உச்சி B , $250N$ நிறையை செலுத்துகிறது. கோல்களின் அழுத்தத்தைக் காண்க மற்றும் அவை இழுவையா அல்லது உதைப்பா என்பதைத் தீர்மானிக்குக. AC கிடைமட்டமாக உள்ளது.



4. ஒரு கடிக்காரத்தின் நிமிட முள் மற்றும் செக்கன் முள் முறையே 8cm, மற்றும் 10cm ஆகும்.
 (a) செக்கன் முள்ளின் கோணவேகத்தை ஆரையன்/செக்கனில் காண்க.
 (b) ஒரு மணி நேரத்தில் நிமிட முள்ளின் இறுதிப் புள்ளியால் குறிக்கப்பட்ட தூரம்.
5. m திணிவுடைய ஒரு துணிக்கை P ஆனது O வினை மையமாகவும் a ஐ ஆரையாகவும் உடைய ஒரு நிலையான கோளத்தின் மேல் ஒய்வில் உள்ளது. அத் துணிக்கை சடுதியாக தனது சமநிலைத் தானத்தில் இருந்து இடம்பெயர்கின்றது. OP கோடு செங்குத்துடன் θ கோணத்தை ஆக்கும் போது, $\theta^2 = \frac{2g}{a}(1 - \cos \theta)$ எனக் காட்டுக.
 கோளத்தின் மேற்பரப்பில் இருந்து துணிக்கையின் மீதான மறுதாக்கத்தைக் காண்க.
6. முறையே M மற்றும் m திணிவுடைய இரண்டு துணிக்கைகள் A மற்றும் B ஒரு ஒப்பமான வளையத்தினூடாக செல்லும் இலேசான மீள்தன்மையில்லாத $3l$ நீளமுடைய இழையின் இரு முனைகளிலும் இணைக்கப்பட்டுள்ளன. துணிக்கை B ஆனது A இனை மையமாகக் கொண்ட ஒரு கிடைமட்ட வட்டத்தில் நகர்கிறது மற்றும் துணிக்கை A வளையத்திற்கு கீழே செங்குத்தாக l தூரத்தில் சமநிலையில் உள்ளது. B இன் கோண வேகம் மற்றும் B இன் திணிவு ஆகியவற்றைக் M இன் அடிப்படையில் காண்க.
7. 6000kg எடையுள்ள ஒரு கார் கிடையுடன் $\sin^{-1}\left(\frac{1}{15}\right)$ சாய்ந்துள்ள சாய்வின் மீது $5ms^{-1}$ மாறா வேகத்தில் பயணம் செய்கிறது. இயந்திரத்தின் வலு 25kW எனின், காரின் இயக்கத்திற்கான தடையைக் காண்க.
8. உயர்தர மாணவர்களின் ஒரு வகுப்பின் சட்டை கழுத்துப்பட்டையின் அளவு கீழே தரப்பட்டுள்ளது.

x	மாணவர்களின் எண்ணிக்கை, f
15	3
15.5	17
16	29
16.5	34
17	12

இந்தத் தரவுகளைக் காண்க.

- (a) ஆகாரம், (b) இடையம், மற்றும் (c) இடை.

9. நிகழ்ச்சிகள் A மற்றும் B சாராதவை மற்றும் $P(A) = \frac{1}{3}$ மற்றும் $P(B) = \frac{1}{5}$ ஆகும்.

பின்வருவனவற்றைக் காண்க.

(a) $P(A \cap B)$, (b) $P(A \cap B')$, (c) $P(A' \cap B')$.

10. நிகழ்ச்சிகள் A மற்றும் B இற்கு, $(A \cap B') = 0.32$, $P(A' \cap B) = 0.11$ மற்றும் $P(A \cup B) = 0.65$ ஆகும்.

(a) $P(A)$ மற்றும் $P(B)$ இன் பெறுமானங்களை எழுதுக.

(b) $P(A/B')$ ஐக் காண்க.

(c) A மற்றும் B சாராதவையா அல்லது இல்லையா என்பதைக் கணிக்க.

பகுதி B

11. இரண்டு சமமான சீரான $2a$ நீளமுள்ள கோல்கள் AB மற்றும் BC இறுக்கமாக B இல் இணைக்கப்பட்டுள்ளன. $\angle B = \frac{\pi}{2}$ ஆகும். இத் தொகுதியானது, AB கிடைமட்ட தொடலியையும் கோல் BC நிலைக்குத்து தொடலியையும் r ஆரையுடைய ஒரு ஒப்பற்ற வளையத்தினுடன் ஆக்குமாறு எல்லைச் சமநிலையில் உள்ளது. $a > r$ மற்றும் கோல்களுக்கும் வளையத்திற்கும் இடையிலான உராய்வு குணகம் μ எனவும் வைத்து கொள்க. $\frac{1-\mu}{1+\mu^2} = \frac{a}{2r}$ எனக் காட்டுக.

12. கோல்களின் நீளம் AB மற்றும் AC நிறை W மற்றும் A இல் ஒப்பமாக இணைக்கப்பட்டவை ஒவ்வொன்றும் $5m$ ஆகும். B மற்றும் C முனைகள் ஒரு ஒப்பமான கிடைமட்ட மேசையின் மேல் வைக்கப்பட்டன, இதனால் $BC = 8m$ ஆகும். AB மற்றும் AC என்பவற்றின் நடுப்புள்ளிகள் முறையே D மற்றும் E ஆகும். தொகுதியானது இரண்டு மெல்லிய மீள்தன்மையில்லா இழைகள் CD மற்றும் BE மூலம் நிலைக்குத்து தளத்தில் வைக்கப்பட்டுள்ளது.

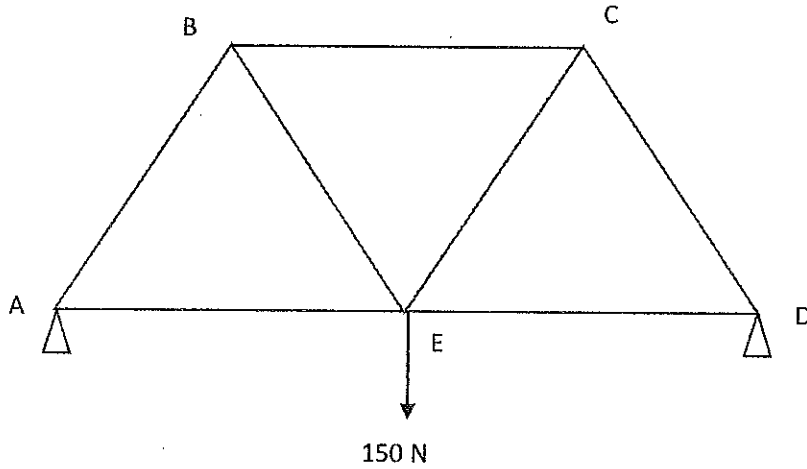
(i) $\angle BCD = \tan^{-1} \frac{1}{4}$ எனக் காட்டுக.

(ii) இழையில் உள்ள இழுவையையும் மற்றும் A இல் உள்ள மறுதாக்கத்தினையும் காண்க.

13. ஆரை r மற்றும் மையத்தில் ஒரு கோணம் 2α வை எதிரமைக்குகின்றதுமான ஒரு சீரான ஆரைச் சிறையின் திணிவு மையம், மையத்தில் இருந்து சமச்சீர் அச்சில் $\frac{2r \sin \alpha}{3\alpha}$ என்னும் தூரத்தில் உள்ளதெனக் காட்டுக.

ஆரை r மற்றும் அரை செங்குத்துக் கோணம் α வையும் உடைய ஆரைச்சிறை AOB இன் திணிவு மையத்தைக் காண்க. இந்த ஆரைச்சிறை புள்ளி A இலிருந்து சுயாதினமாக தொங்கவிடப்பட்டால், அதன் அச்ச செங்குத்துடன் θ கோணத்தை உருவாக்குகிறது. $\tan \theta = \frac{3\alpha \tan \alpha}{3\alpha - 2 \tan \alpha}$ எனக் காட்டுக.

14. ஒப்பமாக இணைக்கப்பட்ட இலேசான ஏழு சம கோல்களின் ஒரு சட்டகம் படத்தில் காட்டப்பட்டுள்ளது. இது A மற்றும் D இல் இரண்டு ஆதாரங்களில் ஒரு செங்குத்துத் தளத்தில் ஓய்வில் உள்ளன. 150N நிறை E இல் தொங்கவிடப்பட்டுள்ளது. கோல்களின் அழுத்தத்தைக் காண்க மற்றும் அவை இழுவையா அல்லது உதைப்பா என்பதைத் தீர்மானிக்குக. AED கிடைமட்டமாக உள்ளது.



15. இலேசான மீள்தன்மையுள்ள இயற்கை நீளம் a மற்றும் மீள்தன்மை மட்டு $4mg$ உடைய இழையின் ஒரு முனை புள்ளி O வுடன் இணைக்கப்பட்டுள்ளது மற்றும் இழையின் மறுமுனை m திணிவுடைய ஒரு துணிக்கையுடன் இணைக்கப்பட்டுள்ளது. துணிக்கை சமநிலையில் இருக்கும் போது நீட்டிக்கப்பட்ட நீளம் e என்க.

$e = a/4$ எனக் காட்டுக.

துணிக்கை செங்குத்தாக கீழே அதன் சமநிலை தானத்திற்கு கீழே a தூரத்திற்கு இழுக்கப்பட்டு விடுவிக்கப்படுகிறது. துணிக்கையின் இயக்கத்தின் ஒரு பகுதி எளிமையிசையியக்கம் எனக் காட்டுக. இயக்கத்தின் போது சமநிலை புள்ளியிலிருந்து துணிக்கை ஏறுகின்ற அதிக பட்ச தூரம் $\frac{17a}{8}$ எனவும் மற்றும் அலைவுகாலம் $T = \sqrt{\frac{a}{g}} \left[\pi - \cos^{-1} \frac{1}{4} + \sqrt{15} \right]$ எனவும் காட்டுக.

16. சமதளத்தில் M திணிவுடைய ஒரு காரால் செல்லக்கூடிய உயர் வேகம் v ஆகும். அதன் இயக்கத்திற்கு எதிரான சாலையின் தடை மாறிலி மற்றும் எஞ்சினின் திறன் H ஆகும். கிடைமட்டத்திற்கு α கோணத்தில் சாய்ந்திருக்கும் சரிவில் கார் மேலும் கீழும் நேராக செல்லும் போது பெறக்கூடிய உயர் வேகத்தைக் காண்க, இங்கு $\sin \alpha = \frac{1}{k}$ ஆகும். இறங்குகின்ற வேகம் ஏறுகின்ற வேகத்தின் இரு மடங்காக இருக்கும் எனின், $3Mgv = kH$ எனக் காட்டுக, மற்றும் கார் சமதளத்தில் $\frac{v}{2}$ வேகத்தில் பயணம் செய்யும் போது ஆர்முடுகல் $\frac{H}{Mv}$ எனக் காட்டுக.

17. ஒரு குறிப்பிட்ட நிபந்தனைக்கான திரையிடல் சோதனை 100% நம்பகமானதல்ல. உண்மையில், ஒருவருக்கு நிபந்தனை சோதனை நேராக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவு 0.97 ஆகும். ஒருவருக்கு நிபந்தனை சோதனை நேராக இல்லாமல் இருப்பதற்கான நிகழ்தகவு 0.01 ஆகும். இந் நிபந்தனையைக் கொண்ட மக்கள் விகிதம் 15% ஆகும்.

ஒரு நபர் எழுமாறாக தெரிவு செய்யப்பட்டு நிபந்தனைக்காக சோதிக்கப்படுகிறார்.

- (i) அந்த நபர் நிபந்தனையைக் கொண்டிராமல் இருப்பதற்கான நிகழ்ச்சி A எனவும் மற்றும் அந்த நபருக்கு சோதனை நேராக இருப்பதற்கான நிகழ்ச்சி B எனவும் கொண்டு, இச் சந்தர்ப்பத்தை ஒரு மரவறிப் படத்தில் வரைக.
- (ii) அந்த நபருக்கு சோதனை நேராக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவைக் காண்க.
- (iii) அந்த நபருக்கு சோதனை நேராக இருக்கும் எனின், அந்த நபர் நிபந்தனையைக் கொண்டிராமல் இருப்பதற்கான நிகழ்தகவைக் காண்க.
- (iv) பகுதி (iii) க்கான உங்கள் விடையின் வெளிச்சத்தில், சோதனையின் செயல்திறனைப் பற்றி சுருக்கமாக விளக்குக.

