



ශ්‍රී ලංකා විවෘත විශ්වවිද්‍යාලය
විද්‍යාවේදී/ අධ්‍යාපනවේදී උපාධි පාඨමාලාව
විවෘත පොත් පරීක්ෂණය - 2021/2022
ශුද්ධ ගණිතය - තුන්වන මට්ටම
PEU3202-- දෛශික අවකාශ

කාලය පැය එකයි.

දිනය : - 23-12-2022

වේලාව : පෙ.ව. 9.00 සිට 10.00 දක්වා

සියලුම ප්‍රශ්න වලට පිළිතුරු සපයන්න.

1.

(a) V යනු F ක්ෂේත්‍රය මත වූ දෛශික අවකාශයකි. $\alpha, \beta \in F$ සහ $v_1, v_2, v \in V$ ලෙස ගනිමු. දෛශික අවකාශ සඳහා වූ ප්‍රත්‍යක්ෂ භාවිතයෙන්

(i) $v \neq 0$ සහ $\alpha v = \beta v$ නම් $\alpha = \beta$

(ii) $\alpha \neq 0$ සහ $\alpha v_1 = \alpha v_2$ නම් $v_1 = v_2$

බව සාධනය කරන්න

(b) $V = \{ (a_1, a_2) \mid a_1, a_2 \in \mathbb{R} \}$ ලෙස ගනිමු. සියලුම $(a_1, a_2), (b_1, b_2) \in V$ සහ $c \in \mathbb{R}$ සඳහා $(a_1, a_2) + (b_1, b_2) = (a_1 + b_1, a_2 + b_2)$ සහ $c(a_1, a_2) = (0, ca_2)$ ලෙස අර්ථ දක්වනු ලැබේ. \mathbb{R} යනු තාත්වික සංඛ්‍යා ක්ෂේත්‍රය වේ. ඉහත අර්ථ දැක්වීම් යටතේ V යනු තාත්වික සංඛ්‍යා ක්ෂේත්‍රය මත වූ දෛශික අවකාශයක් ද? ඔබේ පිළිතුර සනාථ කරන්න.

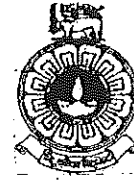
(c) පහත දැක්වෙන දෛශික ඒකජව ස්වයංක්ෂේප ද ඒකජව පරායක්ෂ ද යන්න සොයා බලන්න. ඔබේ පිළිතුර සනාථ කරන්න.

(i) \mathbb{R} ක්ෂේත්‍රය මත වූ මාත්‍රය තුන වූ බහුපද දෛශික අවකාශයෙහි, දෛශික

$$1 - x, 1 + x + 2x^2, 1 - x - 2x^3$$

(ii) \mathbb{R} ක්ෂේත්‍රය මත වූ සංකීර්ණ සංඛ්‍යා දෛශික අවකාශයෙහි දෛශික

$$1 + i, 1 - i, 2 + 3i$$



The Open University of Sri Lanka

B.Sc/B.Ed. DEGREE, CONTINUING EDUCATION PROGRAMME

Open Book Test 2021/2022

Level 03 Pure Mathematics

PEU3202– Vector Spaces

Duration: - One hour

Date: -23-12-2022

Time: 9.00 -10.00 a.m.

Answer all questions

1.

(a) Let V be a vector space over a field F . Let $\alpha, \beta \in F$ and $v_1, v_2, v \in V$. Using the axioms of a vector space, prove that

(i) If $v \neq 0$ and $\alpha v = \beta v$ then $\alpha = \beta$

(ii) If $\alpha \neq 0$ and $\alpha v_1 = \alpha v_2$ then $v_1 = v_2$

(b) Let $V = \{ (a_1, a_2) \mid a_1, a_2 \in \mathbb{R} \}$ For every $(a_1, a_2), (b_1, b_2) \in V$

Define $(a_1, a_2) + (b_1, b_2) = (a_1 + b_1, a_2 + b_2)$ and $c(a_1, a_2) = (0, ca_2)$ for $c \in \mathbb{R}$ where \mathbb{R} is a real number field. Is V a vector space over the field \mathbb{R} under these operations? Justify your answer.

(c) Check whether the following are linearly independent or dependent vectors. Justify your answer.

(i) $1 - x, 1 + x + 2x^2, 1 - x - 2x^3$ in the vector space of polynomials of order 3 over the field \mathbb{R} .

(ii) $1 + i, 1 - i, 2 + 3i$ in the vector space of complex numbers over the field \mathbb{R} .

2

- (a) $W = \{(x, y) \mid x \geq 1 \text{ and } y \geq 0\}$ ලෙස ගනිමු. W යනු \mathbb{R}^2 දෛශික අවකාශයෙහි උප අවකාශයක් ද? ඔබේ පිළිතුර සනාථ කරන්න.
- (b) $W_1 = \{(a, b, 0, 0) \mid a, b \in \mathbb{R}\}$ සහ $W_2 = \{(0, a, b, c) \mid a, b, c \in \mathbb{R}\}$ යනු, \mathbb{R}^4 දෛශික අවකාශයෙහි උප අවකාශයන් වේ. $W_1 \cap W_2$ යනු \mathbb{R}^4 දෛශික අවකාශයෙහි උප අවකාශයක් බව පෙන්වන්න.
- (c) P යනු තාත්වික සංගුණක සහිත \mathbb{R} ක්ෂේත්‍රය මත වූ සියලුම බහුපද දෛශික අවකාශය වේ. \mathbb{R}^3 යනු \mathbb{R} ක්ෂේත්‍රය මත වූ සුපුරුදු දෛශික අවකාශය වේ.

$T : \mathbb{R}^3 \rightarrow P$ යනු $T(a, b, c) = ax + bx^2 + (a + 2c)x^3$ මගින් අර්ථ දක්වනු ලැබේ.

- (i) T ඒකජ පරිණාමණයක් බව පෙන්වන්න.
- (ii) T හි මදය සොයන්න.

2.

(a) Let $W = \{(x, y) \mid x \geq 1 \text{ and } y \geq 0\}$ Determine whether the set W is a subspace of \mathbb{R}^2 . Justify your answer.

(b) $W_1 = \{(a, b, 0, 0) \mid a, b \in \mathbb{R}\}$ and $W_2 = \{(0, a, b, c) \mid a, b, c \in \mathbb{R}\}$ are sub space of \mathbb{R}^4 . Show that $W_1 \cap W_2$ is a subspace of \mathbb{R}^4 .

(c) Let P be the vector space of all polynomials with real coefficients over the field \mathbb{R} and \mathbb{R}^3 be the usual vector space over the field \mathbb{R} .

Let $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow P$ be defined by $T(a, b, c) = ax + bx^2 + (a + 2c)x^3$.

(i) Show that T is a linear transformation,

(ii) Find the kernel of T .