00091

இலங்கை திறந்த பல்கலைக்கழகம்

விஞ்ஞானமாணி/கல்விமாணிப் பட்டப்படிப்பு, தொடர் கல்வி கற்கைநெறி

முடிய புத்தகப் பரீட்சை: 2023/2024

மட்டம் 03 தூய கணிதம்

PEU3202/PEE3202 காவி வெளிகள்

காலம்: - ஒரு மணித்தியாலம்

திகதி: - 27-01-2024 நேரம்: மு.ப. 9.00 – மு.ப. 10.00

அனைத்து வினாக்களுக்கும் விடையளிக்குக.

1.

(a) $M = \{(a,b,c,d) \mid a,b,c,d \in \mathbb{R}\}$ என்க. வழமையான கூட்டல் மற்றும் எண்ணி பெருக்கத்துக்கு அமைவாக புலம் $\mathbb{R}$ இன் மேல் M ஒரு காவி வெளி என்பது குறிப்பிடத்தக்கது.

$T : M \to M$ என்னும் படமாக்கமானது $T((a,b,c,d)) = ((a+b),\ b,\ 3c, d)$ இனால் வரையறுக்கப்படுகிறது என்க.

பின்வரும் தொடைகள் புலம் $\mathbb{R}$ இன் மேல் T இன் கீழ் காவி வெளி M இல் மாற்றமில் உபவெளிகளா எனத் துணிக.

(i) $W = \{(a,b,\ 0,0) \mid a,b \in \mathbb{R}\}$

(ii) $W = \{(a,0,0,c) \mid a,c \in \mathbb{R}\}$

(b) $u = (x_1, x_2, x_3)$, $v = (y_1, y_2, y_3)$ என்க, இங்கு $u, v \in \mathbb{R}^3$ ஆகும்.

$< u, v > = {x_1}^2 - {x_2}^2 - x_1 x_3$ என வரையறுக்கப்படுகிறது. $< u, v >$ என்பது $\mathbb{R}^3$ இன் ஒரு உட்பெருக்கமா? உமது விடையை நியாயப்படுத்துக.

2.

(a) u மற்றும் v என்பன ஒரு ஊக்கிட்டு வெளியொன்றிலுள்ள யாதாயினும் இரண்டு காவிகள் என்க.

(i) $\|u + v\| \leq \|u\| + \|v\|$ என நிறுவுக

(ii) u மற்றும் v என்பவற்றிக்கு இடையிலான கோணத்தை வரையறுக்க.

(iii) E^3 என்பது வழமையான ஊக்கிட்டு மூவெளி எனக் கொள்க மற்றும் $u, v \in E^3$ ஆகும்.

$u = (1, -1, 2)$ மற்றும் $v = (2, 1, 0)$ என்க. u மற்றும் v என்பவற்றிக்கு இடையிலான கோணத்தைக் காண்க.

(b) மூன்று காவிகள் $u_1 = (1,1,1)$, $u_2 = (0,1,1)$ மற்றும் $u_3 = (0,0,1)$ என்பன வழமையான ஊக்கிட்டு மூவெளி E^3 இற்கான ஒரு அடிமூலத்தை உருவாக்கும் எனக் காட்டுக. கிராம்சிமிற்றர் செயற்பாட்டை பயன்படுத்தி $\{u_1, u_2, u_3\}$ இலிருந்து E^3 இற்கான நிமிர்செவ்வனடி மூலம் ஒன்றை அமைக்க.