

ශ්‍රී ලංකා විවෘත විශ්වවිද්‍යාලය
විද්‍යාවේදී/ අධ්‍යාපනවේදී උපාධි පාඨමාලාව
විවෘත පොත් පරීක්ෂණය - 2023/2024
ශුද්ධ ගණිතය - තුන්වන මට්ටම
PEU3202/PEE3202- දෛශික අවකාශ



කාලය පැය එකයි.

දිනය : - 23-12-2023

වේලාව : ප.ව. 4.00 සිට 5.00 දක්වා

සියලුම ප්‍රශ්න වලට පිළිතුරු සපයන්න.

1.

(a) $V = \{(a_1, a_2) \mid a_1, a_2 \in \mathbb{R}\}$ ලෙස ගනිමු. පහත අර්ථ දැක්වීම් යටතේ V යනු තාත්වික සංඛ්‍යා ක්ෂේත්‍රය මත වූ දෛශික අවකාශයක් ද? ඔබේ පිළිතුර සනාථ කරන්න.

සියලුම $(a_1, b_1), (a_2, b_2) \in V$ සහ $\alpha \in \mathbb{R}$ සඳහා

(i) $(a_1, b_1) + (a_2, b_2) = (1, a_2 + b_2)$; $\alpha (a_1, b_1) = (a_1, b_1)$

(ii) $(a_1, b_1) + (a_2, b_2) = (a_1 + b_1, a_2 + b_2)$; $\alpha (a_1, b_1) = (3a_1, a^2 b_1)$

(b) $V = \{(2a, 3b) \mid a, b \in \mathbb{R}\}$ කුලකය සුපුරුදු එකතුව සහ අදිශ ගුණිතය යටතේ \mathbb{R} ක්ෂේත්‍රය මත වූ \mathbb{R}^2 දෛශික අවකාශයෙහි උප අවකාශයක් වේදැයි සොයන්න. ඔබේ පිළිතුර සනාථ කරන්න.

(c) $u_1 = (1, 2, 2)$, $u_2 = (1, -1, 2)$ සහ $u_3 = (1, 0, 1)$ යන දෛශික සුපුරුදු එකතුව සහ අදිශ ගුණිතය යටතේ \mathbb{R} ක්ෂේත්‍රය මත වූ \mathbb{R}^3 දෛශික අවකාශයෙහි පදනමක් වේදැයි සොයන්න. ඔබේ පිළිතුර සනාථ කරන්න.

2.

$V = \mathbb{R}^4$ සහ $W = \mathbb{R}^2$ ලෙස ගනිමු. V සහ W සුපුරුදු එකතුව සහ අදිශ ගුණිතය යටතේ \mathbb{R} ක්ෂේත්‍රය මත වූ දෛශික අවකාශවේ.

$T : V \rightarrow W$ යනු $T(a, b, c, d) = (a - b, c + 2d)$ මගින් අර්ථ දැක්වනු ලැබේ.

(i) T ඒකජ පරිණාමණයක් බව පෙන්වන්න.

(ii) T හි මදය සොයන්න.

(iii) T යනු සමරූපීතාවයක්ද? ඔබේ පිළිතුර සනාථ කරන්න.

(i) T හි ප්‍රතිබිම්බය සොයන්න. T හි ප්‍රතිබිම්බය W උප අවකාශයක් බව සාධනය කරන්න.