

இலங்கை திறந்த பல்கலைக்கழகம்

விஞ்ஞான இளமாணி/கல்வியல் இளமாணி பட்டப்படிப்பு, தொடர் கற்கை நெறி

திறந்த புத்தகப் பரீட்சை(OBT) - 2023/2024

மட்டம் 03 தூய கணிதம்

PEU3202 – காவி வெளிகள் / PEE3202

காலம்: - ஒரு மணித்தியாலம்



071

திகதி: -23-12-2023

நேரம்: பி.ப 4.00 – பி.ப 5.00

அனைத்து வினாக்களுக்கும் விடையளிக்குக.

1.

(a) $V = \{(a_1, a_2) \mid a_1, a_2 \in \mathbb{R}\}$ என்க. கீழே தரப்பட்டுள்ள செய்கைகளின் கீழ் \mathbb{R} என்னும் புலத்தின் மீது V ஒரு காவி வெளியா? உமது விடையை நியாயப்படுத்துக.

அனைத்து $(a_1, b_1), (a_2, b_2) \in V$ மற்றும் $\alpha \in \mathbb{R}$ இற்கும்

(i) $(a_1, b_1) + (a_2, b_2) = (1, a_2 + b_2)$; $\alpha (a_1, b_1) = (a_1, b_1)$

(ii) $(a_1, b_1) + (a_2, b_2) = (a_1 + b_1, a_2 + b_2)$; $\alpha (a_1, b_1) = (3a_1, \alpha^2 b_1)$, ஆகும்.

(b) வழமையான கூட்டல் மற்றும் எண்ணிப் பெருக்கத்தின் கீழ் புலம் \mathbb{R} இன் மேல்

$V = \{(2a, 3b) \mid a, b \in \mathbb{R}\}$ என்னும் தொடை \mathbb{R}^2 இன் ஒரு உபவெளியா என்பதை தீர்மானிக்க. உமது விடையை நியாயப்படுத்துக.

(c) வழமையான கூட்டல் மற்றும் எண்ணிப் பெருக்கத்தின் கீழ் புலம் \mathbb{R} இன் மேல்

$u_1 = (1, 2, 2)$, $u_2 = (1, -1, 2)$ மற்றும் $u_3 = (1, 0, 1)$ ஆகிய மூன்று காவிகளும் \mathbb{R}^3 இற்கான ஒரு அடிமூலத்தை உருவாக்குமா? உமது விடையை நியாயப்படுத்துக.

2.

$V = \mathbb{R}^4$ மற்றும் $W = \mathbb{R}^2$ என்க. வழமையான கூட்டல் மற்றும் எண்ணிப் பெருக்கத்தின் கீழ் புலம் \mathbb{R} இன் மேல் V மற்றும் W என்பன காவி வெளிகள் என்பது குறிப்பிடத்தக்கது.

$T : V \rightarrow W$ என்னும் படமாக்கமானது $T(a, b, c, d) = (a - b, c + 2d)$ இனால் வரையறுக்கப்படுகிறது என்பதை கருதுக.

(i) T ஒரு ஏகபரிமான உருமாற்றம் எனக் காட்டுக.

(ii) T இன் அகணியைக் காண்க.

(iii) T ஒரு சமவுருக்கமா? உமது விடையை நியாயப்படுத்துக.

(iv) T இன் விம்பத்தைக் காண்க மற்றும் T இன் விம்பம் காவி வெளி W வின் ஒரு உபவெளி என நிறுவுக.