

ශ්‍රී ලංකා විවෘත විශ්වවිද්‍යාලය
ස්වභාවික විද්‍යා පීඨය
B.Sc. / B. Ed. උපාධි වැඩසටහන



දෙපාර්තමේන්තුව	: ගණිතය
මට්ටම	: 03
විභාගයේ නම	: අවසාන පරීක්ෂණය
පාඨමාලා මාතෘකාව සහ - කේතය	: ව්‍යවහාරික කලනය I – ADE 3200
අධ්‍යයන වර්ෂය	: 2023/24
දිනය	: 26.10.2023
වේලාව	: පෙ.ව 09.30 – පෙ.ව 11.30
කාල සීමාව	: පැය දෙකයි

උපදෙස්

1. ප්‍රශ්න වලට පිළිතුරු දීමට පෙර සියලුම උපදෙස් හොඳින් කියවන්න.
2. මෙම ප්‍රශ්න පත්‍රය පිටු (2) ක ප්‍රශ්න (6) කින් සමන්විත වේ.
3. ඕනෑම ප්‍රශ්න (4) කට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න. සියලුම ප්‍රශ්න වලට සමාන ලකුණු ඇත.
4. සෑම ප්‍රශ්නයකටම පිළිතුරු නව පිටුවකින් ආරම්භ විය යුතුය.
5. විභාග වරදක් ලෙස සලකන ඕනෑම ක්‍රියාවකට සම්බන්ධ වීම දඬුවම් ලැබීමට හේතු වේ.
6. ප්‍රශ්න වලට පිළිතුරු දීමට නිල් හෝ කළු තීන්ත භාවිතා කරන්න.
7. ඔබේ පිළිතුරු පත්‍රයේ ඔබේ විභාග අංකය පැහැදිලිව සඳහන් කරන්න.

ඕනෑම ප්‍රශ්න හතරකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න

1. පහත ප්‍රකාශයන් සත්‍ය ද අසත්‍ය ද යන්න සඳහන් කරන්න. සෑම අවස්ථාවකදීම ඔබේ පිළිතුර සනාථ කරන්න.

- a) $f(x) = \frac{3}{\sqrt{2x-3}}$ යන්නෙන් අර්ථ දක්වන f ශ්‍රිතයේ වසම, $[3/2, \infty)$ වේ. (ලකුණු 05)
- b) යම් ලක්ෂ්‍යයකදී ශ්‍රිතයක අසන්තතියක් යනු වම් හෝ දකුණු සීමාවන් නොපැවතීමයි. (ලකුණු 05)
- c) $\{2^n\}_{n=0}^\infty$ යන අනුක්‍රමය මැසීම වූ අනුක්‍රමයකි. (ලකුණු 05)
- d) $f(x) = x^{1/3}$ මගින් අර්ථ දක්වා ඇති ශ්‍රිතය \mathbb{R} හි අවකලනය කළ හැකි ශ්‍රිතයකි. (ලකුණු 05)
- e) $y = \sqrt{1+x}$ නම් $2(1+x) \frac{d^2y}{dx^2} + \frac{dy}{dx} = 0$ වේ. (ලකුණු 05)

[මුළු ලකුණු 25]

2. $f(x) = 1 + 6x^2 - 2x^3$ ලෙස අර්ථ දක්වන ශ්‍රිතය සලකන්න.

- a) f හි වසම කුමක්ද? (ලකුණු 02)
- b) y - අන්තඃඛණ්ඩය(යන්) නිර්ණය කරන්න. (ලකුණු 03)
- c) $f'(x)$ සෙයන්න, එනිත්, f වැඩි වන සහ අඩු වන අන්තරය(යන්) තීරණය කරන්න. උපරිම හෝ/සහ අවම ලක්ෂ්‍ය හඳුනාගෙන ඒවායේ අගයන් පවතින නම් ඒවා නිර්ණය කරන්න. (ලකුණු 05)
- d) $f''(x)$, සෙයන්න එනිත්, f ශ්‍රිතය ඉහළට අවතල සහ/හෝ පහළට අවතල අන්තරය(යන්) පවතී නම් ඒවා නිර්ණය කරන්න. විභේදන ලක්ෂ්‍ය පවතින නම් ඒවායේ ඛණ්ඩාක නිර්ණය කරන්න. (ලකුණු 05)
- e) $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$ සහ $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ සෙයන්න (ලකුණු 02)
- f) f වක්‍රයේ දළ සටහනක් අඳින්න. (ලකුණු 08)

[මුළු ලකුණු 25]

3. පහත ප්‍රශ්නවලට පිළිතුරු සපයන්න:

- a) $(0,10)$ ලක්ෂ්‍යයේදී $f(x) = 7e^x + 3$ ට අදින ලද ස්පර්ශක රේඛාවේ සමීකරණය සෙයන්න. (ලකුණු 05)
- b) $g(x) = \sqrt{1 + \sqrt{1 + \sqrt{x}}}$ නම් ව්‍යුත්පන්න ඊනි භාවිතා කරමින් $g'(x)$ ගණනය කරන්න. (ලකුණු 10)
- c) ව්‍යංග්‍ය අවකලනය භාවිතා කරමින් $x^4 + 1 - x^2y = 3xy$ හි අවකලනය $\frac{dy}{dx}$ සෙයන්න. (ලකුණු 10)

[මුළු ලකුණු 25]

4. a) ජල ටෑකියක් සිරස් අක්ෂයක් සහිත කේතුවක හැඩයෙන් යුක්ත වන අතර ශීර්ෂය පහළ අතට ඇත. ටෑකියේ අරය මීටර් 3 ක් වන අතර උස මීටර් 5 කි. ආරම්භයේදී ටෑකිය ජලයෙන් පිරී ඇත, නමුත් $t = 0$ (නත්පර වලින්) වන විට ශීර්ෂයේ කුඩා සිදුරක් විවෘත වී ජලය බැස යාමට ආරම්භවේ. ටෑකියේ ජල මට්ටම මීටර් 3 දක්වා පහත වැටී ඇති විට, ජලය $2 \text{ m}^3/\text{s}$ ලෙස පිටතට ගලායයි. එවිට ටෑකියේ ජල මට්ටම නත්පරයට මීටර වලින් කොපමණ ශීඝ්‍රතාවයකින් පහත වැටෙන්නේ ද? (සටහන: කේතුවක පරිමාව $\frac{1}{3}\pi r^2 h$, මෙහි r යනු අරය වන අතර h යනු උස වේ)

(ලකුණු 15)

- b) පහත අර්ථ දැක්වා ඇති f ශ්‍රිතය සඳහා ශ්‍රිතය $x = 2$ හි අඛණ්ඩව පවතින පරිදි k හි අගය සොයන්න:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^3 + x^2 - 16x + 20}{(x - 2)^2} & \text{for } x \neq 2 \\ k & \text{for } x = 2 \end{cases}$$

(ලකුණු 10)

[මුළු ලකුණු 25]

5. a) $\{(-1)^n\}_{n=0}^{\infty}$ අභිසාරී වේද නැතහොත් අපසාරී වේද යන්න සඳහන් කරන්න. ඔබේ පිළිතුර පැහැදිලි කරන්න. (ලකුණු 05)

- b) $n \in \mathbb{N}$ සඳහා $a_1 = \sqrt{2}$ සහ $a_{n+1} = \sqrt{2 + a_n}$ වන පරිදි $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ වැඩිවන අනුක්‍රමය සලකන්න.

i) සියලු $n \in \mathbb{N}$ සඳහා $a_n \leq 2$ බව පෙන්වන්න. (ලකුණු 10)

ii) අනුක්‍රමය අභිසාරී බව නිගමනය කර සීමාව ලියන්න. (ලකුණු 10)

[මුළු ලකුණු 25]

6. a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2+1}$ අභිසාරී බව පෙන්වීමට සංසන්දනාත්මක පරීක්ෂණය භාවිතා කරන්න. (ලකුණු 09)

- b) පහත එක් එක් ශ්‍රේණිය අභිසාරී වේද නැතහොත් අපසාරී වේද යන්න නිර්ණය කරන්න:

i) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n-1)!}{(n+1)^2}$ (ලකුණු 08)

ii) $\sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{n}{3n+1}\right)^n$ (ලකුණු 08)

[මුළු ලකුණු 25]

***** ප්‍රශ්න පත්‍රයේ අවසානය *****