00136

ශ්‍රී ලංකා විවෘත විශ්වවිද්‍යාලය

විද්‍යා උසස් සහතික පත්‍ර පාඨමාලාව - දෙවන මට්ටම

අවසාන පරීක්ෂණ - 2023/2024

MYF2519/MHF2519 - සංයුක්ත ගණිතය I

කාලය: - පැය තුනයි.

දිනය :- 27-08-2023 වේලාව:-පෙ.ව.9.30- ප.ව.12.30

A කොටසේ සියලුම ප්‍රශ්න වලටද සහ B කොටසෙන් ප්‍රශ්න පහකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

A කොටස

1.
   a) $y = \frac{x}{(x+2)(x-1)}, x \neq -2, 1$ ශ්‍රිතයේ වසම සහ පරාසය සොයන්න.
   b) එනයින් ශ්‍රිතයේ ප්‍රස්ථාරය අඳින්න.
2. f සහ g ශ්‍රිත, $f: x \to x^2, x \in \mathbb{R}, x \geq 0$, සහ $g: x \to 2x + 5, x \in \mathbb{R}, x \geq -2.5$ ලෙස අර්ථ දක්වා ඇත. පහත සඳහන් දෑ සොයන්න.
   a) $f \circ g$,
   b) f^{-1},
   c) g^{-1},
   d) $f^{-1}g^{-1}$,
   e) $f^{-1}g^{-1} = \sqrt{2}$ සමීකරණය විසඳන්න.
3. $px^2 + qx + r = 0$ සමීකරණයේ එක් මූලයක් අනෙක් මූලය මෙන් තුන් ගුණයක් නම් $3q^2 = 16pr$ බව පෙන්වන්න.
4. $3(2x + 1) - (x + 3)(x - 1) < 0$ අසමානතාවය විසඳන්න.
5. $4x - 3y + 1 = 0$ රේඛාවට ලම්බකව $(1, -3)$ ලක්ෂ්‍යය හරහා යන සරල රේඛාවේ සමීකරණය සොයන්න.
6. $\log_a 3 + 2\log_a x - \log_a(x - 1) = \log_a(5x + 2)$ සමීකරණය තෘප්ත කරන x හි අගය සොයන්න.

7. $x^3 + ax^2 + bx - a$ සමීකරණයේ $(x + 3)$ සහ $(x - 1)$ සාධක නම් a සහ b හි අගයන් සොයන්න. තවද a සහ b ඉහත අගයන් ගන්නා විට , එම ප්‍රකාශනය $x - k$ න් බෙදූ විට ඉතිරිය 15 ක් නම් k හි අගය සොයන්න.

8. $p, q \in \mathbb{R}$, සහ $p \neq q$ නම්, $x^2 - 2px + (2p^2 - 2pq + q^2) = 0$ සමීකරණයේ මූලයන් තාත්ත්වික නොවන බව පෙන්වන්න.

9.

a) දී ඇති α සහ β කෝණ $\tan\alpha = 2\cot\beta$ සමීකරණය තෘප්ත කරයි නම් $\tan(\alpha + \beta) = -(\tan\alpha + \tan\beta)$ බව පෙන්වන්න.

b) $4\tan\theta = 3\sec^2\theta - 7$ සමීකරණය විසඳන්න.

10. ABC ත්‍රිකෝණයක $AB = x,\ BC = 4 - x,\ AC = x + 1$ සහ $B\hat{A}C = 60°$ වේ.

a) $x = \frac{5}{3}$ බව පෙන්වන්න

b) එනයින්, ABC ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය සොයන්න.

B කොටස

11.

a) $f(x) = ax^3 - x^2 - 5x + 3$ බහුපද ශ්‍රිතය $x + 1$ බෙදූ විට ඉතිරිය 5 වේ. එය $x - 2$ න් බෙදූ විට ඉතිරිය සොයන්න. එනයින් $F(x) = f(x) - 5$ ඒකජ සාධකයන්හි ගුණිතයක් ලෙස ප්‍රකාශ කරන්න.

b) $\frac{1}{(px+1)(qx+1)} = \frac{A}{px+1} + \frac{B}{qx+1}$ ප්‍රකාශනයේ p සහ q යනු නියතයන් දෙකකි. තවද $p \neq q \neq 0$ වේ . A සහ B සඳහා විසදීමෙන් තොරව

i. $A + B = 1$ සහ $Aq + Bp = 0$ බව සාධනය කරන්න.

ii. තවද , $\frac{1}{(px+1)^2(qx+1)} = \frac{A}{(px+1)^2} + \frac{AB}{(px+1)} + \frac{B^2}{(qx+1)}$ බව පෙන්වන්න.

12.

a) $x^2 + bx + c = 0$ සමීකරණයේ මූල α සහ β නම් සහ
$x^2 + \lambda bx + \lambda^2 c = 0$ සමීකරණයේ මූල γ සහ δ නම්
$(\alpha\gamma + \beta\delta)(a\delta + \beta\gamma) = 2\lambda^2 c(b^2 - 2c)$ බව පෙන්වන්න.
තවද $(\alpha\gamma + \beta\delta)$ සහ $(a\delta + \beta\gamma)$ මූලයන් වන වර්ගජ සමීකරණය සොයන්න.

b) $y = |x - 1|$ සහ $y = 3 - |x|$ හි ප්‍රස්තාර එකම සටහනක අඳින්න. එනයින් හෝ අන්ක්‍රමයකින් හෝ $|x - 1| > 3 - |x|$ අසමානතාවය තෘප්ත කරන x හි අගය පරාසය සොයන්න.

13.

a) එක් ගං ඉවුරක සිරස් කුළුණක් පිහිටා ඇත.අනෙක් ඉවුරේ කෙළින්ම ප්‍රතිවිරුද්ධ ස්ථානයක සිට සහ ජල මට්ටමට වඩා h උසකදී, කුළුණ මුදුනේ ආරෝහණ කෝණය α වන අතර ජලය මත එහි ප්‍රතිබිම්බයේ කුළුණ මුදුනේ අවරෝහණ කෝණය β වේ.
නිශ්චල ජල මතුපිට ඇති ඕනෑම වස්තුවක ප්‍රතිබිම්බය වස්තුව ඊට ඉහළින් ඇති තරමටම මතුපිටට පහළින් දිස්වනු ඇතැයි උපකල්පනය කරන්න.
ජලයට ඉහළින් ඇති කුළුණේ මුදුනේ උස $h\, sin(\alpha + \beta)\, cosec\,(\beta - \alpha)$ සහ ගඟේ පළල $2h\, cos\, \alpha\, cos\, \beta cosec\,(\beta - \alpha)$ බව සාධනය කරන්න.

b)

i. $t = \tan\frac{\theta}{2}$ නම්, $\tan\theta = \frac{2t}{1-t^2}, \sin\theta = \frac{2t}{1+t^2}$ සහ $\cos\theta = \frac{1-t^2}{1+t^2}$ බව පෙන්වන්න.

ii. එනයින් $\tan\theta = \frac{24}{7}$ නම් $\tan\frac{\theta}{2}$ හි අගය සොයන්න.

14.

a) සම්මත අංකනයෙන් ABC ත්‍රිකෝණයක $\cos A = \frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}$ බව පෙන්වන්න.

පහත සඳහන් දෑ සාධනය කරන්න.

i. $b\cos C + c\cos B = a,$

ii. $ab = 2\Delta\, cosec\, C,$ ($\Delta=$ ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය.)

iii. $a^2 + b^2 = c^2 + 4\Delta\cot C,$

iv. වර්ගඵලය $15cm^2$ ද එක් පැත්තක දිග $5cm$ සහ ඊට ප්‍රතිවිරුද්ධ කෝණය $45°$ වන ත්‍රිකෝණයක ඉතිරි පාදවල දිග ගණනය කරන්න.

b) $\tan^{-1}\frac{1}{n+1} + \tan^{-1}\frac{1}{n^2+n+1} = \tan^{-1}\frac{1}{n}$ බව පෙන්වන්න,

15.

a) $f(x) = 5\sin x - 12\cos x$ ප්‍රකාශනය $f(x) = R\sin(x+\alpha)$ ආකාරයෙන් ලියා දක්වන්න. මෙහි $R > 0$ හා $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ වේ.

i. $g(x) = \frac{4}{5\sin x - 12\cos x.}$ හි අවම අගය සොයන්න.

ii. $5\,sin\,x - 12cos\,x + 3 = 0$ සමීකරණය විසඳන්න .

b) පහත සඳහන් සමීකරණ වල සාධාරණ විසඳුම් සොයන්න.

i. $\sqrt{3}\sin 2x = \cos 2x$

ii. $\sin 5\theta = \sin 2\theta + \sin\theta$

16. ABC ත්‍රිකෝණයක AD, BE සහ CF යනු ශීර්ෂයේ සිට ප්‍රතිවිරුද්ධ පාදයට ඇති ලම්භක වන අතර එහි සමීකරණ පිළිවෙලින් $x + y = 0, x - 4y = 0$ සහ $2x - y = 0$ වේ. A හි ඛණ්ඩාංක $(t, -t)$ නම්, B සහ C හි ඛණ්ඩාංක පිළිවෙලින් $\left(-\frac{2t}{3}, -\frac{t}{6}\right)$ සහ $\left(\frac{t}{2}, t\right)$ බව පෙන්වන්න. ABC ත්‍රිකෝණයේ කේන්ද්‍රකයේ පථය $x + 5y = 0$ බව ද සාධනය කරන්න.

17. සමාන්තරාස්‍රයේ පාද දෙකක සමීකරණ $y = x - 2$ සහ $4y = x + 4$ වේ. සමාන්තරස්‍රයේ විකර්ණ මූල ලක්ෂ්‍යයේ ඡේදනය වේ.

i. සමාන්තරාස්‍රයේ ඉතිරි පාද වල සමීකරණ සහ

ii. එහි විකර්ණවල සමීකරණ සොයන්න.

තවද, සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලය සොයන්න.