இலங்கை திறந்த பல்கலைக்கழகம்
கணிதத் திணைக்களம்
விஞ்ஞானத்தில் உயர்சான்றிதழ் கற்கைநெறி
MYF2520 – இணைந்த கணிதம் 2 – மட்டம் 2

இறுதிப் பரீட்சை 2024/2025

திகதி : 09-03-2025 பி.ப 01.30 இலிருந்து பி.ப 04.30 வரை

பகுதி A இல் **அனைத்து** வினாக்களுக்கும் மற்றும் **பகுதி B** இல் ஐந்து வினாக்களுக்கும் விடையளிக்குக.

பகுதி A

1. $\underline{a}, \underline{b}$ என்பன $|\underline{a}| = |\underline{b}| = |\underline{a} + \underline{b}|$ ஆகுமாறுள்ள இரு காவிகள் எனின், $\underline{a}$, $\underline{b}$ இற்கிடையிலான கோணத்தைக் காண்க.

2. $\underline{c} = \lambda \underline{i} - 4(\lambda + 8)\underline{j}$ மற்றும் $\underline{d} = \lambda \underline{i} + \underline{j}$ என்னும் இரு காவிகள் ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்தானவைகள் எனின், λ $(\lambda \in \mathbb{R})$ க்கு பொருத்தமான பெறுமானங்களைக் காண்க..

3. 10N நிறையுடைய துணிக்கையொன்று ஒரே கிடைக்கோட்டில் $100cm$ இடைவெளியில் உள்ள இரு புள்ளிகள் A,B யிலிருந்து $80cm$ மற்றும் $60cm$ நீளங்களை உடைய இரண்டு இழைகளினால் தொங்கவிடப்படுகின்றது. ஒவ்வொரு இழையிலுமுள்ள இழுவைகளைக் காண்க.

4. $ABCDEF$ ஒரு ஒழுங்கான அறுகோணி ஆகும். AB என்பது கிடைமட்ட அடித்தளம். $2\sqrt{3}$, 6, $5\sqrt{3}$, 8, மற்றும் $\sqrt{3}$ நியூட்டன் விசைகள் முறையே AC, AB, EC, FC மற்றும் FD உடன் எழுத்துக்களின் வரிசையால் சுட்டிக்காட்டப்பட்ட திசைகளில் செயல்படுகின்றன. செங்குத்தாகவும் மற்றும் கிடையாகவும் தீர்ப்பதன் மூலம் , விளையுள் விசையையும் மற்றும் அதன் திசையையும் காண்க.

5. $ABCDEF$ ஒரு ஒழுங்கான அறுகோணி ஆகும். $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AE} + \overrightarrow{AF} = 3\overrightarrow{AD}$ எனக்காட்டுக.

6. ஒரு கல்லானது கிடைமட்டத்திலிருந்து $24.5\ ms^{-1}$ என்னும் வேகத்தில் நிலைக்குத்தாக மேல்நோக்கி எறியப்படுகின்றது. அக்கல்லானது புவியீர்ப்பின் கீழ் மட்டும் இயங்கும் ஒரு பொருளாக அமையப்பெற்றிருக்கின்றது, $29.4\ m$ உயரத்தை கடப்பதற்கு எவ்வளவு நேரம் எடுக்கும் எனக்காட்டுக . புவியீர்ப்பு காரணமாக அதன் ஆர்முடுகல் $9.8\ ms^{-2}$ ஆகும்.

7. தென் – கிழக்கு திசையில் இருந்து $30kmh^{-1}$ வேகத்தில் காற்று வீசுகின்றது. ஒரு மனிதன் மேற்கு நோக்கிச் செல்லும் போது , காற்று தெற்கிலிருந்து வீசுவதுபோல் தோன்றுகின்றது. மனிதனின் வேகத்தின் பருமனைக் காண்க.

8. முறையே m kg மற்றும் $M\ kg\ (M > m)$ நிறையுடைய இரு துணிக்கைகளான P மற்றும் Q மெல்லிய நீட்சியடையாத இழையினால் இணைக்கப்பட்டுள்ளது. துணிக்கை P ஆனது ஒப்பமான கிடை மேசையில் ஓய்விலுள்ளது. இழையானது மேசையின் விளிம்பில் நிலையாக பொருத்தப்பட்டுள்ள ஒப்பமான கப்பி வழியாக செல்வதுடன் Q செங்குத்தாக தொங்கவிடப்பட்டுள்ளது. அமைப்பு

ஓய்விலிருந்து விடுவிக்கப்படுகின்றபோது புவியீர்ப்பு ஆர்முடுகல் g சார்பாக பின்வருவனவற்றைக் காண்க.

(a) Q இன் ஆர்முடுகல்
(b) இழையிலுள்ள இழுவை.

9. ஒரு துணிக்கையானது நேர்கோட்டின் வழியே புள்ளிகள் $A, B,$ மற்றும் C ஆகியவற்றை முறையே $t = 0,\ t = 2s,\ t = 6s$ இல் மாறா ஆர்முடுகளுடன் கடக்கின்றது. AC ஆனது $80m$ சமனாகவும் மற்றும் A யில் துணிக்கையின் வேகம் $6ms^{-1}$ ஆகவும் இருப்பின் துணிக்கையிக் ஆர்முடுகல் மற்றும் AB யின் தூரத்தைக் காண்க.

10. $M\ kg$ திணிவுடைய பாரை ஊர்தியொன்று $H\ W$ மாறா வலுவுடன் கிடைக்கு α சாய்வில கொண்ட நேரான பாதையொன்றின் ஊடாக கீழ் நோக்கி நகர்கின்றது. . அதன் இயக்கத்திற்கு $R\ (> Mgsin\alpha)N$ என்னும் மாறாத்தடையொன்று உள்ளது. ஒரு குறித்த நிலையில் பாரைஊர்தியின் ஆர்முடுகல் $f\,ms^{-2}$ ஆகும். இக்கணத்தில் பாரைஊர்தியின் வேகத்தைக் காண்க.

பகுதி B

11. மோட்டார் கார் பந்தயத்தில் மோட்டார் கார் A பந்தயத்தை முடிக்க $1100m$ தூரம் மட்டுமே செல்ல வேண்டியுள்ளது. அக்கணத்தில் வேகமானது $38.5ms^{-1}$ ஆகவும் , மாறா ஆர்முடுகல் $0.44ms^{-2}$ ஆகவும் உள்ளன. அத்தருணத்தில் மோட்டார் கார் A ற்கு பின்னால் மோட்டார் கார் B ஆனது 220m தூரத்தில் வேகம் $48.4\ ms^{-1}$ உடனும் மாறா ஆர்முடுகளுடனும் $0.55\ ms^{-2}$ உடனும் பயணிக்கின்றது.

(a) வேக – நேர வரைபை வரைக.
(b) மோட்டார் கார் B ஆனது மோட்டார் கார் Aயினை பந்தைய இறுதிக்கோட்டிற்கு முன்னால் $242m$ தூரத்தில் முந்தும் எனக்காட்டுக.

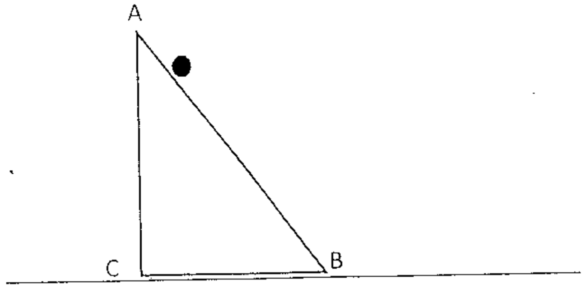
12. துணிக்கையானது தரையிலுள்ள புள்ளி O இலிருந்து கிடையுடன் α கோணம் சாய்வில் u வேகத்தில் எறியப்படுகின்றது எனக் கொள்க. புவியீர்ப்பு ஆர்முடுகல் g எனக்கருதுக. துணிக்கையானது $\lambda H\ (\ \lambda < 1)$ உயரத்தில் உள்ள இரண்டு செங்குத்து சுவர்களைத் தாண்டுகின்றது.

(a) துணிக்கையின் கிடை வீச்சு R ஐக்காண்க?
(b) துணிக்கை அடைந்த அதிகபட்ச உயரம் H ஐக் காண்க.
(c) இரண்டு செங்குத்து சுவர்களுக்கிடையே உள்ள கிடைத் தூரம் $R\sqrt{1-\lambda}$ எனக் காட்டுக.

13. இரண்டு நேரான பாதைகள் ஒன்றுடன் ஒன்று 60° சாய்வில் புள்ளி O வில் இடைவெட்டுகின்றன. O இலிருந்து $300m$ தொலைவில் சிறுவன் A யும் இருப்பதோடு O ($A\hat{O}B = \frac{\pi}{3}$) இலிருந்து

$400m$ தொலைவில் சிறுவன் B இருக்கிறான். அதே நேரத்தில் சிறுவர்கள் O ஐ நோக்கி ஓடத்தொடங்குகிறார்கள். A யின் மாறா வேகம் $15kmh^{-1}$ மற்றும் B யின் மாறா வேகம் $12kmh^{-1}$ ஆக இருந்தால் A , B க்கிடையிலான மிகக் குறுகிய தூரத்தைக் காண்க

14. படத்தில் காட்டப்பட்டுள்ள முக்கோணி ABC ஆனது M திணிவுள்ள ஒரு சீரான ஆப்பின் புவியீர்ப்பு மையத்தினூடான உள்ள ஒரு நிலைக்குத்தான குறுக்குவெட்டாகும். கோடு AB ஆனது அதனைக்கொண்டுள்ள முகத்தின் அதியுயர் சரிவுக்கோடு ஆகும். $A\hat{B}C = \alpha$, $A\hat{C}B = \frac{\pi}{2}$ மற்றும் $AB = l$ ஆகும். BC ஐக் கொண்டுள்ள முகம் ஒரு கரடான கிடைநிலத்தின் மீது இருக்குமாறு ஆப்பு வைக்கப்பட்டுள்ளது. திணிவு $m\ kg$ உடைய துணிக்கையொன்று புள்ளி A யிலிருந்து AB யில் இலேசாக விடுவிக்கப்படுகின்றது. துணிக்கை ஆப்பை விட்டு வெளியேறும் வரை அதன் ஆர்முடுகல் $\frac{mg\sin\alpha\cos\alpha}{M+m\sin^2\alpha}$ எனவும் , ஆப்பு சார்பாக துணிக்கையின் ஆர்முடுகல் $\frac{(m+M)g\sin\alpha}{M+m\sin^2\alpha}$ எனவும் காட்டுக. தற்போது $\alpha = \frac{\pi}{3}$ மற்றும் $M = 5m$ எனக் கொள்க. துணிக்கை ஆப்பை விட்டு வெளியேறும் தருணத்தில் ஆப்பின் கதியைக் காண்க.



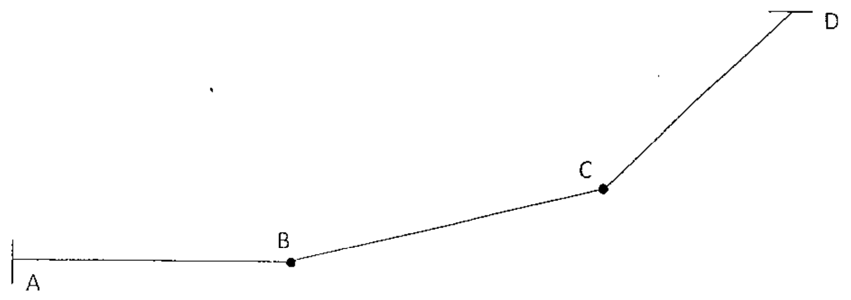
15. $OACB$ என்பது ஒரு இணைகரம் ஆகும். AB மற்றும் OC ஆகியவை மூலைவிட்டங்கள் ஆகும். D என்பது AC இன் நடுப்புள்ளி ஆகும் . OD மற்றும் AB ஆகியவை E இல் இடைவெட்டுகின்றன. $\overrightarrow{OA} = \underline{a}$, $\overrightarrow{OB} = \underline{b}$, $OE:ED = \lambda : 1-\lambda$ மற்றும் $BE:EA = \mu : 1-\mu$ என்க

i. $\overrightarrow{OC}$ மற்றும் $\overrightarrow{OD}$ ஐக் காண்க.இதிலிருந்து $\overrightarrow{OE}$ ஐ, λ, $\underline{a}$ மற்றும் $\underline{b}$ இன் சார்பில் காண்க.
ii. $\overrightarrow{BA}$ ஐக் கண்டு மற்றும் $\overrightarrow{OE}$ ஐ μ, $\underline{a}$ மற்றும் $\underline{b}$ இன் சார்பில் எழுதுக.
iii. (i) மற்றும் (ii) இல் பெறப்பட்ட முடிவுகளைப் பயன்படுத்தி , λ மற்றும் μ ஐக் காண்க.
iv. இதிலிருந்து $\overrightarrow{OE}$ ஐக் காண்க.
v. $OE:ED$ மற்றும் $BE:EA$ ஐக் காண்க.

16.

(a) இணைகரம் $ABCD$ இல் . $AB = 4\,m$ and $AD = 2\,m$, மற்றும் $B\hat{A}D = \frac{\pi}{3}$ என்க. E என்பது CD இன் நடுப்புள்ளி. 5, 4, 3, 5 மற்றும் 4 நியூட்டன் விசைகள் முறையே AB, BC, DC, DA மற்றும் BE உடன் எழுத்துக்களின் வரிசையால் சுட்டிக்காட்டப்பட்ட திசைகளில் செயல்படுகின்றன.

விளையுள் விசையையும் மற்றும் அதன் திசையையும் காண்க. விளையுள் விசை தாக்கும் கோடானது புள்ளி A இலிருந்து எவ்வளவு தூரத்தில் AB ஐ சந்திக்கும் எனக் காண்க.

(b) W நிறையுடைய ஒரு சீரற்ற கோல் AB ஆனது, ஒப்பமான வெற்றுக்கோளத்தினுள் சமனிலையில் உள்ளது. AB கோள மையத்தில் எதிரமைக்கும் கோணம் 2α ஆகும். AB ஆனது கிடையுடன் θ கோணத்தை ஆக்கும் போது கோல் AB யின் ஈர்ப்பு மைய விகிதம் $a:b = AG:GB$ ஆகும். "cot" விதியைப் பயன்படுத்தி $\tan\theta = \left(\frac{b-a}{b+a}\right)\tan\alpha$ எனக்காட்டுக.

17. $ABCD$ எனும் இலேசான நீளா இழையின் முனைகள் A,D ஆனது A இற்கு மேலே உள்ளவாறு இணைக்கப்பட்டுள்ளது. 20 kg , m kg நிறைகள் முறையே B யிலும் C யிலும் இணைக்கப்பட்டுள்ளன. சமநிலையில் பிரிவு AB யானது கிடையாகவும் BC மற்றும் CD ஆகியன கிடையுடன் முறையே 30^0 , 60^0 சாய்வில் உள்ளன. m பெறுமானத்தைக் காண்பதுடன் ஒவ்வொரு இழையிலும் உள்ள இழுவையைக் காண்க..