ශ්‍රී ලංකා විවෘත විශ්ව විද්‍යාලය
විද්‍යා උසස් සහතික පත්‍ර පාඨමාලාව – 02 මට්ටම
අවසාන පරීක්ෂණය- 2024/2025
MYF2519 - සංයුක්ත ගණිතය 1
කාලය: - කාලය පැය තුනයි

දිනය : 12-10-2024 කාලය: ප.ව 1:30 සිට ප.ව 4:30 දක්වා

A කොටසේ සියලුම ප්‍රශ්න සඳහා ද, **B** කොටසෙන් තෝරාගත් ප්‍රශ්න පහක් සඳහා ද පිළිතුරු සපයන්න.

A කොටස

1. $y = \frac{(3x+1)}{\sqrt{(25-x^2)}}, x \neq \pm 5$. ශ්‍රිතයේ වසම සහ පරාසය සොයන්න.

2. $f(x)$ සහ $g(x)$ ශ්‍රිත පිළිවෙලින් පහත දැක්වෙන පරිදි අර්ථ දක්වා ඇත.
$f: x \to 2x + 7;\ x \in \mathbb{R}$, සහ $g: x \to x^3 - 1\ ;\ x \in \mathbb{R}$. පහත දැක්වෙන දෑ සොයන්න.

   (a) $f \circ g$,
   (b) f^{-1},
   (c) g^{-1},
   (d) $f^{-1} \circ g^{-1}$,
   (e) $g^{-1} \circ f^{-1}$.

3. $4^x - 6 \times 2^x - 16 = 0$, සමීකරණය විසඳන්න.

4. $16 \log_x 3 = \log_3 x$, සමීකරණය විසඳන්න.

5. k යනු නියතයක් වන, $f(x) = x^3 + 2x^2 - 3x + k$ බහුපද ශ්‍රිතය $(x - 1)$ න් බෙදූ විට ශේෂය 2 බව දී ඇත්නම් k හි අගය සොයන්න.

6. a, b සහ c සංඛ්‍යා තාත්වික බව දී ඇත්නම් $(x - a)(x - b) = c^2$ සමීකරණයේ මූල තාත්ත්වික බව පෙන්වන්න.

7. $\frac{x-3}{x+1} \leq 2$, අසමානතාවය විසඳන්න.

8. $3x + 2y = 12$ සරල රේඛාව y- අක්ෂය A හි ද, x-අක්ෂය B හී ද ඡේදනය කරයි නම්, OAB ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය සොයන්න. මෙහි O යනු මූල ලක්ෂ්‍යය වේ.

9. $2\tan^{-1}\frac{1}{3}+\tan^{-1}\frac{1}{7}=\frac{\pi}{4}$, බව පෙන්වන්න.

10. $\frac{1}{\operatorname{cosec}\theta-\cot\theta}=\operatorname{cosec}\theta+\cot\theta$, බව පෙන්වන්න.

B කොටස

11. (a) a සහ b තාත්ත්වික සංඛ්‍යා වූ $f(x) = ax^3 + bx^2 - 11x + 7$ ශ්‍රිතය සලකමු. $(x-1)$ යන්න $f(x)$ හි සාධකයක් නම් සහ $f(x)$ ශ්‍රිතය $(x-2)$ න් බෙදූ විට ශේෂය -7 වේ නම්,

   (i) a සහ b හි අගයයන් සොයන්න.
   (ii) $f(x)$ හි අනෙක් වර්ගජ සාධකය සොයන්න..

   (b) සියලු $x \in \mathbb{R}$ සඳහා
   $x^3 + 11x + 8 = (x^2+9)(x-1) + A(x^2+9) + +B(x-1)^2$, බව දී ඇත්නම් A සහ B හි අගය සොයන්න.

   එමගින් $\frac{x^3+11x+8}{(x-1)^2(x^2+9)}$ හි භින්න භාග සොයන්න.

12. a, b සහ c තාත්ත්වික සංඛ්‍යා $a \neq 0$ සහ $a - b + c \neq 0$ පරිදි වේ. $f(x) = ax^2 + bx + c$ යැයි ගනිමු. $x = -1, f(x) = 0$ හි මූලයක් නොවන බව පෙන්වන්න. $f(x) = 0$ හි මූල α සහ β යැයි ගනිමු. $(\alpha + \beta)$ සහ $\alpha\beta$ හි අගයයන් a, b සහ c ඇසුරින් ලියා දක්වන්න.

   (a) මූල $\frac{1}{\alpha}$ සහ $\frac{1}{\beta}$ වූ වර්ග සමීකරණය $g(x) = cx^2 + bx + a = 0$ බව පෙන්වන්න.

   (b) $f(x) = 0$ හි මූල තාත්ත්වික නම් $g(x) = 0$ හි මූල ද තාත්ත්වික බව පෙන්වන්න.

13. (a) එකම සටහනක $y = 2|x-1|$ සහ $y = |x| + 2$ හි ප්‍රස්තාර අඳින්න.

එමගින් හෝ අන්ක්‍රමයකින් හෝ $2|x-1| > |x| + 2$ අසමානතාවය තෘප්ත කරන සියලු තාත්වික x අගයයන් සොයන්න.

(b) එකම සටහනක $y = 1 - 2|x|$ සහ $= \left|x - \frac{1}{2}\right|$ හි ප්‍රස්තාර අඳින්න.

එමගින් හෝ අන්ක්‍රමයකින් හෝ $1 - 2|x| = \left|x - \frac{1}{2}\right|$ සමීකරණය තෘප්ත කරන x හි අගයයන් සොයන්න.

14. (a) ABC ඕනෑම ත්‍රිකෝණයක් සඳහා සයින් ප්‍රමේය ප්‍රකාශ කරන්න.

සාමාන්‍ය අංකනයෙන් $\tan\frac{(B-C)}{2} = \left(\frac{b-c}{b+c}\right)\cot\frac{A}{2}$ බව පෙන්වන්න.

(b) (i) $\sin 2\theta = \frac{2\tan\theta}{1+\tan^2\theta}$ සහ $\cos 2\theta = \frac{1-\tan^2\theta}{1+\tan^2\theta}$ බව පෙන්වන්න.

(ii) $f(x) = \sqrt{3}\sin x - \cos x - 1$ යැයි ගනිමු. $f(x)$ ශ්‍රිතය $A\sin(x+\alpha) + B$, ආකාරයෙන් ප්‍රකාශ කරන්න. මෙහි $A(>0)$, B සහ $\alpha\left(0 < \alpha < \frac{\pi}{2}\right)$ යනු ඇගයිය යුතු නියත වේ. $-3 \le f(x) \le 1$ බව අපෝහනය කරන්න. $f(x) = 0$ සමීකරණය විසඳන්න.

15. (a) $y = 2\sin x$ ශ්‍රිතයේ, $0 \le x \le 2\pi$ සඳහා, උපරිම සහ අවම අගයන් ලියා දක්වන්න.

(b) $y = 2\sin x$ හි ප්‍රස්තාර අඳින්න.

(c) එම එම සටහනේම $y = 2\sin x + 1$ හි ප්‍රස්තාර අඳින්න.

(d) $y = 2$ සහ $y = 2\sin x$ සමීකරණ තෘප්ත කරන, $0 \le x \le 2\pi$ සඳහා, x හි අගයයන් සොයන්න.

(e) $y = 1$ සහ $y = 2\sin x + 1$ සමීකරණ තෘප්ත කරන, $0 \le x \le 2\pi$ සඳහා, x හි අගයයන් සොයන්න.

16. (a) $ax + by + c = 0$ සරල රේඛාවට $(x_0, \ y_0)$ ලක්ෂයේ සිට ඇඳි ලම්බ යේ දිග $\frac{[ax_0+by_0+c]}{\sqrt{a^2+b^2}}$ බව පෙන්වන්න.

(b) $3x + 4y + 8 = 0$ සරල රේඛාවට $(1, 1)$ ලක්ෂයේ සිට ඇඳි ලම්බ යේ දිග සොයන්න.

(c) $3x + 4y + 8 = 0$ සරල රේඛාවට සමාන්තරව $(0, 0)$ ලක්ෂයේ සිට ඒකක 1ක ලම්බ දුරින් පිහිටි සරල රේඛාවල සමීකරණ සොයන්න.

17. (a) $x + y + 4 = 0$ සහ $7x + y - 8 = 0$ සරල රේඛා අතර සුළු කෝණය සමච්ඡේදක යේ සමීකරණය $2x + y + 2 = 0$ බව පෙන්වන්න.

(b) $(2, -6)$ ලක්ෂය දී ඇති රේඛා මත පිහිටන බවත්, $(0, -2)$ ලක්ෂය සුළු කෝණය සමච්ඡේදකය මත පිහිටන බවත් පෙන්වන්න.

(c) සුළු කෝණය සමච්ඡේදකයට ලම්බකව $(0, -2)$ ලක්ෂය හරහා යන සරල රේඛාවේ සමීකරණය සොයන්න.