086

இலங்கை திறந்த ப ல்கலைக்கழகம்
கணிதத் திணைக்களம்
விஞ்ஞானத்தில் உயர்சான்றிதழ் பாடநெறி
MYF2519 - இணைந்த கணிதம் I – மட்டம் 2
இறுதிப் பரீட்சை 2024/2025

திகதி: 12-10-2024 முப. 1:30 இலிருந்து பிப. 4:30 வரை

பகுதி A இல் **அனைத்து** வினாக்களுக்கும் மற்றும் **பகுதி B** இல் **ஐந்து** வினாக்களுக்கும் விடையளிக்குக.

பகுதி A

1. சார்பு $y = \frac{(3x+1)}{\sqrt{(25-x^2)}}$, $x \neq \pm 5$ இன் ஆட்சி மற்றும் வீச்சைக் காண்க.

2. சார்புகள் $f(x)$ மற்றும் $g(x)$ என்பன $f: x \rightarrow 2x + 7; x \in \mathbb{R}$ மற்றும் $g: x \rightarrow x^3 - 1$; $x \in \mathbb{R}$ இனால் வரையறுக்கப்படுகின்றன. பின்வருவனவற்றைக் காண்க.

   (a) $f \circ g$,
   (b) f^{-1},
   (c) g^{-1},
   (d) $f^{-1} \circ g^{-1}$,
   (e) $g^{-1} \circ f^{-1}$.

3. சமன்பாடு $4^x - 6 \times 2^x - 16 = 0$ ஐத் தீர்க்க.

4. சமன்பாடு $16 \log_x 3 = \log_3 x$ ஐத் தீர்க்க.

5. பல்லுறுப்பிச் சார்பு $f(x) = x^3 + 2x^2 - 3x + k = 0$ (இங்கு k ஒரு மாறிலி) ஐ $(x - 1)$ ஆல் வகுத்தால் மிகுதி 2 எனத் தரப்பட்டுள்ளது, k இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

6. a, b மற்றும் c என்பன மெய் எண்கள் எனத் தரப்பட்டுள்ளன. சமன்பாடு $(x - a)(x - b) = c^2$ இன் மூலங்கள் மெய் எனக் காட்டுக.

7. சமனிலி $\frac{x-3}{x+1} \leq 2$ ஐ தீர்க்க.

8. கோடு $3x + 2y = 12$, y–அச்சை A இலும் மற்றும் x–அச்சை B இலும் சந்திக்கிறது. முக்கோணி OAB இன் பரப்பளவைக் காண்க, இங்கு O உற்பத்தியாகும்.

9. $2\tan^{-1}\frac{1}{3} + \tan^{-1}\frac{1}{7} = \frac{\pi}{4}$ எனக் காட்டுக.

10. $\frac{1}{\operatorname{cosec}\theta - \cot\theta} = \operatorname{cosec}\theta + \cot\theta$ எனக் காட்டுக.

பகுதி B

11. (a) $f(x) = ax^3 + bx^2 - 11x + 7$ என்க, இங்கு $a, b, c \in \mathbb{R}$ ஆகும். $(x-1)$ என்பது $f(x)$ இன் ஒரு காரணி மற்றும் $(x-2)$ ஆல் $f(x)$ வகுபடும் போது மிகுதி -7 எனின்,

(i) a மற்றும் b இன் பெறுமானங்களைக் காண்க.

(ii) $f(x)$ இன் மற்றைய இருபடிக் காரணியைக் காண்க.

(b) அனைத்து $x \in \mathbb{R}$ இற்கும் $x^3 + 11x + 8 = (x^2+9)(x-1) + A(x^2+9) + +B(x-1)^2$ எனத் தரப்பட்டுள்ளது. A மற்றும் B இன் பெறுமானங்களைக் காண்க.

இதிலிருந்து, $\frac{x^3+11x+8}{(x-1)^2(x^2+9)}$ ஐ பகுதிப் பின்னங்களாக எழுதுக.

12. $a, b, c \in \mathbb{R}$, $a \neq 0$ மற்றும் $a - b + c \neq 0$ என்க. $f(x) = ax^2 + bx + c$ என்க. $x = -1$ என்பது சமன்பாடு $f(x) = 0$ இன் ஒரு மூலம் இல்லை எனக் காட்டுக. α மற்றும் β என்பன $f(x) = 0$ இன் மூலங்கள் என்க. $(\alpha + \beta)$ மற்றும் $\alpha\beta$ ஐ a, b, c இன் சார்பில் எழுதுக.

(a) $\frac{1}{\alpha}$ மற்றும் $\frac{1}{\beta}$ என்பவற்றை மூலங்களாகக் கொண்டு இருபடிச் சமன்பாடு $cx^2 + bx + a = 0$ எனக் காட்டுக.

(b) சமன்பாடு $f(x) = 0$ இன் மூலங்கள் மெய் எனின், $g(x) = 0$ இன் மூலங்களும் மெய் எனக் காட்டுக.

13. (a) $y = 2|x-1|$ மற்றும் $y = |x| + 2$ இன் வரைபை ஒரே வரைபடத்தில் வரைக. இதிலிருந்து அல்லது வேறுவழியில், சமனிலி $2|x-1| > |x| + 2$ ஐ திருப்திப்படுத்தும் x இன் அனைத்து மெய் பெறுமானங்களையும் காண்க.

(b) $y = 1 - 2|x|$ மற்றும் $y = \left|x - \frac{1}{2}\right|$ இன் வரைபை ஒரே வரைபடத்தில் வரைக.

இதிலிருந்து அல்லது வேறுவழியில், சமன்பாடு $1 - 2|x| = \left|x - \frac{1}{2}\right|$ ஐ திருப்திப்படுத்தும் x இன் பெறுமானங்களைக் காண்க.

14. (a) யாதாயினும் முக்கோணம் ABC இற்கு சைன் விதியை எழுதுக.

வழமையான குறியீட்டுடன், $\tan\frac{(B-C)}{2} = \left(\frac{b-c}{b+c}\right)\cot\frac{A}{2}$ எனக் காட்டுக.

(b) (i) $\sin 2\theta = \frac{2\tan\theta}{1+\tan^2\theta}$ மற்றும் $\cos 2\theta = \frac{1-\tan^2\theta}{1+\tan^2\theta}$ எனக் காட்டுக.

(ii) $f(x) = \sqrt{3}\sin x - \cos x - 1$ என்க. $f(x)$ ஐ $A\sin(x+\alpha) + B$ வடிவில் வெளிப்படுத்துக, இங்கு $A(>0)$, B மற்றும் $\alpha\left(0 < \alpha < \frac{\pi}{2}\right)$ என்பன துணியப்பட வேண்டிய மாறிலிகள் ஆகும். $-3 \leq f(x) \leq 1$ என வாய்த்தறிக. சமன்பாடு $f(x) = 0$ ஐ தீர்க்க.

15. (a) $y = 2\sin x$ இன் உயர்வு மற்றும் இழிவுப் பெறுமானங்களை எழுதுக, இங்கு $0 \leq x \leq 2\pi$ ஆகும்.

(b) $y = 2\sin x$ இன் வரைபை வரைக.

(c) மேலும் $y = 2\sin x + 1$ இன் வரைபை அதே வரைபில் வரைக.

(d) $0 \leq x \leq 2\pi$ ஆக இருக்கும் போது $y = 2$ மற்றும் $y = 2\sin x$ ஐ திருப்திப்படுத்தும் அனைத்து மூலங்களையும் காண்க.

(e) $0 \leq x \leq 2\pi$ ஆக இருக்கும் போது $y = 1$ மற்றும் $y = 2\sin x + 1$ ஐ திருப்திப்படுத்தும் அனைத்து மூலங்களையும் காண்க.

16. (a) புள்ளி $(x_0,\ y_0)$ இலிருந்து கோடு $ax + by + c = 0$ இற்கான செங்குத்துத் தூரம் $\frac{[ax_0+by_0+c]}{\sqrt{a^2+b^2}}$ எனக் காட்டுக.

(b) புள்ளி $(1,1)$ இலிருந்து கோடு $3x + 4y + 8 = 0$ இற்கான செங்குத்துத் தூரத்தைக் காண்க.

(c) மையத்தில் இருந்து செங்குத்துத் தூரத்தின் ஒரு அலகிலும் மற்றும் நேர் கோடு $3x + 4y + 8 = 0$ இற்கு சமாந்தரமாகவும் இருக்கும் இரண்டு நேர் கோடுகளின் சமன்பாடுகளைக் காண்க.

17. (a) $x + y + 4 = 0$ மற்றும் $7x + y - 8 = 0$ ஆகிய இரண்டு நேர்கோடுகளுக்கும் இடையே உள்ள கூர்ங்கோணத்தின் கோண இருகூறாக்கி $2x + y + 2 = 0$ எனக் காட்டுக.

(b) தரப்பட்ட இரண்டு கோடுகளின் மீதும் புள்ளி $(2, -6)$ இருக்கும் எனக் காட்டுக. மேலும் புள்ளி $(0, -2)$ கூர்ங்கோணத்தின் கோண இருகூறாக்கியை திருப்திப்படுத்தும் எனக் காட்டுக.

(c) $(0, -2)$ இற்கு ஊடாக கூர்ங்கோணத்தின் கோண இருகூறாக்கிக்கு செங்குத்தாக இருக்கும் கோட்டின் சமன்பாட்டைக் காண்க.