00097

ශ්‍රී ලංකා විවෘත විශ්වවිද්‍යාලය

B.Sc/B.Ed උපාධි වැඩසටහන්

දෙපාර්තමේන්තුව	: ගණිතය
මට්ටම	: **03**
විභාගයේ නම	: අවසාන පරීක්ෂණය
පාඨමාලා මාතෘකාව සහ - කේතය	: ව්‍යවහාරික කලනය **I – ADE3200**
අධ්‍යයන වර්ෂය	: **2024/25**
දිනය	: **15.12.2024**
වේලාව	: පෙ.ව **9.30 –** පෙ.ව **11.30**
කාල සීමාව	: පැය දෙකයි

උපදෙස්

1. ප්‍රශ්න වලට පිළිතුරු දීමට පෙර සියලුම උපදෙස් හොඳින් කියවන්න.
2. **මෙම පත්‍රය කොටස් දෙකකින් සමන්විත වේ: A කොටස සහ B කොටස පිටු තුනකින් (03).**

   A කොටස

   - මෙම කොටස අනිවාර්ය වේ.
   - එය ප්‍රශ්න තුනකින් සමන්විත වේ.

   B කොටස

   - මෙම කොටස රචනා ප්‍රශ්න පහකින් සහ එක් එක් ප්‍රශ්න ලකුණු 100 ක් දරයි.
   - **ඒවායින් ඕනෑම ප්‍රශ්න තුනකට** (03) පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

3. සෑම ප්‍රශ්නයකටම පිළිතුරු නව පිටුවකින් ආරම්භ විය යුතුය.
4. විභාග වරදක් ලෙස සලකන ඕනෑම ක්‍රියාකාරකමකට සම්බන්ධ වීම දඬුවම් ලැබීමට හේතු වේ.
5. ඔබේ පිළිතුරු පත්‍රයේ ඔබේ විභාග අංකය පැහැදිලිව සඳහන් කරන්න.

A කොටස

සියළුම ප්‍රශ්න වලට පිළිතුරු සපයන්න

1. a) පහත ප්‍රකාශයන් සත්‍ය ද අසත්‍ය ද යන්න තීරණය කරන්න. සෑම අවස්ථාවකදීම ඔබේ පිළිතුර සනාථ කරන්න.

   i) $f(x)$ මගින් අර්ථ දක්වා ඇති ශ්‍රිතයක් $(-1,1)$ පරතරය තුළ පවතී. සියලුම x සඳහා $f'(x) > 0$ නම්, $(-1,1)$ අන්තරය තුළ f වැඩි වේ. (ලකුණු 10)

   ii) $\{(-1)^n\}_{n=0}^{\infty}$ යන අනුක්‍රමය මායිම් වූ අනුක්‍රමයකි. (ලකුණු 10)

   iii) $\lim_{n\to\infty} a_n = 0$ නම්, $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ ශ්‍රේණිය අභිසාරී වේ. (ලකුණු 10)

   iv) $y = \sqrt{9-x^2}$ හි වසම, බිංදුවට වඩා වැඩි හෝ බින්දුවට සමාන සියලු තාත්වික සංඛ්‍යා වේ. (ලකුණු 10)

   b) පහත දැක්වෙන ප්‍රකාශ පෙන්වන්න:

   i) $\lim_{n\to\infty}\left(\frac{1}{3^n}\right) = 0$ (ලකුණු 15)

   ii) $\lim_{n\to\infty}\frac{1}{\sqrt[3]{n}} = 0.$ (ලකුණු 15)

   c) ව්‍යංග අවකලනය භාවිතයෙන් $\sin y + x^2y^3 - \cos x = 2y$ හි ව්‍යුත්පන්නය, $\frac{dy}{dx}$ සොයන්න.

   (ලකුණු 30)

   [මුළු ලකුණු 100]

B කොටස

ඕනෑම ප්‍රශ්න තුනකට (03) පමණක් පිළිතුරු සපයන්න

2. $$f(x) = \begin{cases} x^2 - 15 & for -7 < x \le 0 \\ |x+4| & for\ 0 < x < 6 \\ 3x & for\ \ 6 \le x < 8 \end{cases}$$ විසින් අර්ථ දක්වා ඇති f ශ්‍රිතය සලකන්න.

   a) f හි වසම සහ පරාසය සොයන්න (ලකුණු 20)

   b) $f(x) = 0$ විසඳන්න. (ලකුණු 10)

   c) $\lim_{x\to 0^+} f(x)$ සහ $\lim_{x\to 0^-} f(x)$ සොයන්න. (ලකුණු 20)

d) f හි ප්‍රස්තාරයහි දළ සටහනක් අඳින්න. (ලකුණු 50)

[මුළු ලකුණු 100]

3. පහත ප්‍රශ්නවලට පිළිතුරු සපයන්න:

a) $g(x) = 1 - x^3$ නම්, $g'(0)$ සොයා $y = 1 - x^3$ වක්‍රය වෙත $(0,1)$ ලක්ෂ්‍යයේදී ඇඳි ස්පර්ශක රේඛාවේ සමීකරණයක් සෙවීමට එය භාවිතා කරන්න. (ලකුණු 25)

b) $g(x) = \sqrt{1 + \sqrt{1 + \sqrt{x}}}$ නම්, සුදුසු ව්‍යුත්පන්න රීති භාවිතා කරමින් $g'(x)$ සොයන්න (ලකුණු 35)

c) $f(x) = \sqrt{x}$ මගින් නිර්වචනය කරන ලද f ශ්‍රිතයේ ව්‍යුත්පන්නය $(0, \infty)$ පරාසය තුළ පවතින බව පෙන්වන්න.
එබැවින්, $f(x)$ අවකලනය කළ හැකි ශ්‍රිතයක් නොවන බව පෙන්වන්න. (ලකුණු 40)

[මුළු ලකුණු 100]

4. a) ජල ටැංකියක් සිරස් අක්ෂයක් සහිත කේතුවක හැඩයෙන් යුක්ත වන අතර ශීර්ෂය පහළ අතට ඇත. ටැංකියේ අරය මීටර 3 ක් වන අතර උස මීටර 5 කි. ආරම්භයේදී ටැංකිය ජලයෙන් පිරී ඇත. නමුත් $t = 0$ (තත්පර වලින්) වන විට ශීර්ෂයේ කුඩා සිදුරක් විවෘත වී ජලය බැස යාමට ආරම්භවේ. ටැංකිය ජල මට්ටම මීටර 3 දක්වා පහත වැටී ඇති විට, ජලය $2 \text{ m}^3/\text{s}$ ලෙස පිටතට ගලයයි. එවිට ටැංකියේ ජල මට්ටම තත්පරයට මීටර වලින් කොපමණ ශීඝ්‍රතාවයකින් පහත වැටෙන්නේද ?
(සටහන: කේතුවක පරිමාව $\frac{1}{3}\pi r^2 h$, මෙහි යනු අරය r වන අතර යනු උස h වේ)
(ලකුණු 60)

b) පහත සඳහන් f ශ්‍රිතය සලකන්න:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - a^2 x & for\ x < 2 \\ 4 - 2x^2 & for\ x \geq 2 \end{cases}$$

$x = 2$ හිදී f සන්තතික වන a හි සියලුම අගයන් සොයන්න. අඛණ්ඩතාවයේ නිර්වචනය භාවිතා කරමින්, ඔබේ පිළිතුර සඳහා හේතු දක්වන්න. (ලකුණු 40)

[මුළු ලකුණු 100]

5. a) n අනන්තය වෙත ළඟා වන විට a_n අනුක්‍රමයක සීමාව පිළිබඳ විධිමත් අර්ථ දැක්වීම සඳහන් කරන්න. (ලකුණු 10)

b) i) $\left\{\frac{n}{n+1}\right\}_{n=0}^{\infty}$ අනුක්‍රමය අභිසාරී හෝ අපසාරී ද යන්න නිර්ණය කරන්න. එය අභිසාරී නම්, සීමාව සොයන්න. (ලකුණු 40)

ii) $\left\{3^{-n}\right\}_{n=0}^{\infty}$ අනුක්‍රමය වැඩිවෙමින්, අඩුවෙමින්, පහළින් මායිම් වී, ඉහළින් මායිම් වී, සහ/හෝ මායිම් වී ඇත්ද යන්න නිර්ණය කරන්න. (ලකුණු 50)

[මුළු ලකුණු 100]

6. a) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{5}{2n^2+4n+3}$ අභිසාරී බව පෙන්වීමට සංසන්දනාත්මක පරීක්ෂණය භාවිතා කරන්න (ලකුණු 50)

b) පහත එක් එක් ශ්‍රේණිය අභිසාරී වේද නැතහොත් අපසාරී වේද යන්න නිර්ණය කරන්න

i) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n!}{\pi^n}$ (ලකුණු 20)

ii) $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{3+2n}{1+5n}\right)^n$. (ලකුණු 30)

[මුළු ලකුණු 100]

*********ප්‍රශ්න පත්‍රයේ අවසානය********