இலங்கை திறந்த பல்கலைக்கழகம்
இயற்கை விஞ்ஞானங்கள் பீடம்
விஞ்ஞானமாணி / கல்விமாணி பட்டப்பாடநெறி

திணைக்களம்	: கணிதம்
மட்டம்	: 03
பரீட்சையின் பெயர்	: இறுதிப் பரீட்சை
கற்கை தலைப்பு மற்றும் - குறியீடு	: பிரயோக கணிதம் **I – ADE 3200**
கல்வியாண்டு	: **2024/25**
திகதி	: **15.12.2024**
நேரம்	: மு.ப. **09:30** – மு.ப. **11:30**
காலம்	: இரண்டு மணித்தியாலங்கள்

பொது அறிவுறுத்தல்கள்.

1. வினாக்களுக்கு விடையளிக்க முன் அனைத்து அறிவுறுத்தல்களையும் கவனமாக வாசிக்கவும்.
2. இந்த வினாப்பத்திரம் இரண்டு பகுதிகளைக் கொண்டுள்ளது: பகுதி **A** மற்றும் பகுதி **B** மூன்று பக்கங்களில் உள்ளன.

பகுதி **A**

- o இந்தப் பகுதி கட்டாயமானது.
- o இது மூன்று வினாக்களைக் கொண்டுள்ளது.

பகுதி **B**

- o இந்தப் பகுதி ஐந்து (05) கட்டுரை வகையான வினாக்களைக் கொண்டுள்ளது மற்றும் ஒவ்வொரு வினாவுக்கும் 100 புள்ளிகள்.
- o அவற்றில் யாதாயினும் மூன்று (03) வினாக்களுக்கு மாத்திரம் பல்கலைக்கழகத்தால் வழங்கப்பட்ட ஒரு தனி கையேட்டில் பதிலளிக்கவும்.

3. ஒவ்வொரு வினாக்குமான விடை ஒரு புதிய பக்கத்தில் ஆரம்பிக்கப்பட வேண்டும்.
4. பரீட்சைக் குற்றமாக கருதப்படும் எந்தவொரு செயலிலும் ஈடுபடுவது தண்டனைக்கு வழிவகுக்கும்.
5. வினாக்களுக்கு விடையளிக்கையில் நீல அல்லது கறுப்பு வண்ண மை ஒன்றை பயன்படுத்தவும்
6. உங்களுடைய சுட்டெண்ணை உங்களுடைய விடைத்தாளில் தெளிவாக குறிப்பிடவும்.

பகுதி A

1. a) பின்வரும் கூற்றுக்கள் உண்மையானதா அல்லது பொய்யானதா என்பதைத் தீர்மானிக்க. ஒவ்வொரு சந்தர்ப்பத்திலும் உமது விடையை நியாயப்படுத்துக.

   i) f என்பது ஆயிடை $(-1,1)$ இல் $f(x)$ ஆல் வரையறுக்கப்பட்ட ஒரு சார்பு என்க. அனைத்து x இற்கும் $f'(x) > 0$ எனின், ஆயிடை $(-1,1)$ இல் f அதிகரிக்கும். (10 புள்ளிகள்)

   ii) தொடரி $\{(-1)^n\}_{n=0}^{\infty}$ ஒரு வரைப்புற்ற தொடரி ஆகும். (10 புள்ளிகள்)

   iii) $\lim_{n\to\infty} a_n = 0$ எனின், தொடர் $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ ஒருங்கும். (10 புள்ளிகள்)

   iv) $y = \sqrt{9 - x^2}$ இன் வீச்சு அனைத்தும் பூச்சியத்தை விட பெரிய அல்லது சமமான மெய் எண்கள் ஆகும். (10 புள்ளிகள்)

   b) பின்வருவனவற்றைக் காட்டுக:

   i) $\lim_{n\to\infty}\left(\frac{1}{3^n}\right) = 0$ (15 புள்ளிகள்)

   ii) $\lim_{n\to\infty}\frac{1}{\sqrt[3]{n}} = 0.$ (15 புள்ளிகள்)

   c) உள்ளார் வகையீட்டைப் பயன்படுத்தி $\sin y + x^2y^3 - \cos x = 2y$ இன் வகையீடு $\frac{dy}{dx}$ ஐக் காண்க. (30 புள்ளிகள்)

[மொத்தப் புள்ளிகள் **100**]

P.T.O

பகுதி B

யாதாயினும் மூன்று **(03)** வினாக்களுக்கு மாத்திரம் விடையளிக்குக

2. $f(x) = \begin{cases} x^2 - 15 & for -7 < x \leq 0 \\ |x+4| & for\ 0 < x < 6 \\ 3x & for\ \ 6 \leq x < 8 \end{cases}$ ஆல் வரையறுக்கப்பட்ட சார்பு f ஐக் கருதுக.

a) f இன் ஆட்சி மற்றும் வீச்சைக் காண்க. (20 புள்ளிகள்)

b) $f(x) = 0$ ஐ தீர்க்க. (10 புள்ளிகள்)

c) $\lim_{x\to 0^+} f(x)$ மற்றும் $\lim_{x\to 0^-} f(x)$ ஐ காண்க. (20 புள்ளிகள்)

d) f இன் வரைபை வரைக. (50 புள்ளிகள்)

[மொத்தப் புள்ளிகள் **100**]

3. பின்வரும் வினாக்களுக்கு விடையளிக்குக:

a) $g(x) = 1 - x^3$ எனின், $g'(0)$ ஐ காண்க மற்றும் $(0,1)$ புள்ளியில் $y = 1 - x^3$ வளைவுக்கான செவ்வன் கோட்டின் ஒரு சமன்பாட்டைக் கண்டறிய இதைப் பயன்படுத்துக.
(25 புள்ளிகள்)

b) வகையீடுகளின் பொருத்தமான விதிகளைப் பயன்படுத்தி, $g'(x)$ ஐக் காண்க, இங்கு

$g(x) = \sqrt{1 + \sqrt{1 + \sqrt{x}}}$ ஆகும். (35 புள்ளிகள்)

c) $f(x) = \sqrt{x}$ ஆல் வரையறுக்கப்பட்ட சார்பு f இன் வகையீடு, ஆயிடை $(0, \infty)$ இல் உள்ளது எனக் காட்டுக.

இதிலிருந்து, $f(x)$ ஒரு வகையீட்டுச் சார்பு இல்லை எனக் காட்டுக.

(40 புள்ளிகள்)

[மொத்தப் புள்ளிகள் **100**]

P.T.O

70

4. a) ஒரு தண்ணீர் தொட்டியானது அச்சு செங்குத்தாகவும் மற்றும் உச்சி கீழ் நோக்கியும் ஒரு செவ்வட்டக் கூம்பு வடிவில் உள்ளது. தொட்டியின் ஆரை 3 m மற்றும் உயரம் 5 m ஆகும். ஆரம்பத்தில், தொட்டி முழுவதுமாக தண்ணீரால் நிரப்பப்படுகிறது, ஆனால் $t = 0$ (செக்கன்களில்) நேரத்தில், உச்சியில் ஒரு சிறிய துளை இடப்பட்டு தண்ணீர் வடிந்து போகத் தொடங்குகிறது. தொட்டியில் உள்ள தண்ணீரின் உயரம் 3 m ஆக குறைந்தவுடன், தண்ணீர் $2\ \mathrm{m^3/s}$ என்ற விகிதத்தில் வெளியேறுகிறது. அப்போது எந்த விகிதத்தில், செக்கனுக்கு மீட்டரில், தண்ணீர் மட்டம் குறைகிறது?

(குறிப்பு: ஒரு செவ்வட்டக் கூம்பின் கணவளவு $\frac{1}{3}\pi r^2 h$ ஆகும், இங்கு r என்பது ஆரை மற்றும் h என்பது உயரம் ஆகும்) (60 புள்ளிகள்)

b) $f(x) = \begin{cases} x^2 - a^2x & for\ x < 2 \\ 4 - 2x^2 & for\ x \geq 2 \end{cases}$ ஆல் வரையறுக்கப்படும் பின்வரும் சார்பு f ஐக் கருதுக:

$x = 2$ இல் f ஐ தொடர்ச்சியாக்கும் a இன் அனைத்து பெறுமானங்களையும் காண்க. தொடர்ச்சியின் வரைவிலக்கணத்தைப் பயன்படுத்தி, உமது விடையை நியாயப்படுத்துக.

(40 புள்ளிகள்)

[மொத்தப் புள்ளிகள் **100**]

5. a) n முடிவிலியை அணுகும் போது ஒரு தொடரி a_n இன் எல்லையின் முறைமையான வரைவிலக்கணத்தை குறிப்பிடுக. (10 புள்ளிகள்)

b) i) தொடரி $\left\{\frac{n}{n+1}\right\}_{n=0}^{\infty}$ ஒருங்குமா அல்லது விரியுமா என்பதை தீர்மானிக்க. இது ஒருங்கும் எனின், எல்லையைக் காண்க. (40 புள்ளிகள்)

ii) தொடரி $\{3^{-n}\}_{n=0}^{\infty}$ அதிகரிக்கிறதா, குறைகிறதா, கீழ் வரைபுற்றதா, மேல் வரைபுற்றதா மற்றும்/அல்லது வரைபுற்றதா என்பதை தீர்மானிக்க. (50 புள்ளிகள்)

[மொத்தப் புள்ளிகள் **100**]

6. a) ஒப்பீட்டு சோதனையைப் பயன்படுத்தி தொடர் $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5}{2n^2+4n+3}$ ஒருங்கும் எனக் காட்டுக.

(50 புள்ளிகள்)

b) பின்வரும் தொடர்கள் ஒவ்வொன்றும் ஒருங்குமா அல்லது விரியுமா என்பதை தீர்மானிக்க.

i) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{\pi^n}$ (20 புள்ளிகள்)

ii) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3+2n}{1+5n}\right)^n$. (30 புள்ளிகள்)

[மொத்தப் புள்ளிகள் **100**]

********* வினாத்தாளின் முடிவு *********

81