00100

இலங்கை திறந்த பல்கலைக்கழகம்

விஞ்ஞானமாணி/கல்விமாணி பட்டப் பாடநெறி

பிரயோக கணிதம் - மட்டம் 03

ADU3300/ADE3300 – காவி அட்சர கணிதம்

இறுதிப் பரீட்சை - **2024/2025**

காலம்: - இரண்டு மணித்தியாலங்கள்

திகதி: 27. 11. 2024 நேரம்: பி.ப. 01:30 – பி.ப. 03:30

பொது அறிவுறுத்தல்கள்

- இவ் வினாப்பத்திரமானது பகுதி A மற்றும் பகுதி B என இரண்டு பகுதிகளைக் கொண்டுள்ளது. பகுதி A கட்டாயமானது, இது ஒரு கட்டுரை வினாவைக் கொண்டுள்ளது.
- பகுதி B யானது ஐந்து கட்டுரை வினாக்களைக் கொண்டுள்ளது மற்றும் அவற்றில் மூன்று வினாக்களுக்கு மட்டும் விடையளிக்கவும்.

பகுதி A

அனைத்து வினாக்களுக்கும் விடையளிக்குக.

1. a) காவிகள் $\underline{a}, \underline{b}$ மற்றும் $\underline{c}$ ஒரு அடிமூலத்தையும் மற்றும் காவிகள் $\underline{u} = \underline{a} + 2\underline{c}$, $\underline{v} = 2\underline{b} - \underline{c}$ மற்றும் $\underline{w} = \underline{a} - \underline{b}$ யும் உருவாக்குகிறது எனத் தரப்பட்டுள்ளது.

   காவிகள் $\underline{u}$, $\underline{v}$ மற்றும் $\underline{w}$ ஆகியவை ஏகபரிமாணமுறையாய்ச் சாராதவையா என வாய்ப்புப் பார்க்க.

   b) புள்ளிகள் P மற்றும் Q வின் தானக் காவிகள் முறையே $2\underline{i} + 4\underline{j} - 3\underline{k}$ மற்றும் $7\underline{i} - 2\underline{j} + 5\underline{k}$ ஆகும். $\overrightarrow{PQ}$ மற்றும் காவி $\underline{a} = 2\underline{i} + 2\underline{j} - \underline{k}$ இற்கிடையிலான கோணத்தைக் காண்க.

   c) புள்ளி $A\,(2,3,1)$ ஊடாகவும் மற்றும் காவி $\underline{i} + 3\underline{j} - 2\underline{k}$ இற்கு செவ்வனாகவும் இருக்கும் தளத்தைக் காண்க.

   d) காவிச் சார்பு $\underline{G}(t) = t\underline{i} + (3t\cos t)\underline{j} + (4t\sin t)\underline{k}$ அதிபரவளைவுரு $x^2 - \frac{y^2}{9} - \frac{z^2}{16} = 0$ இல் உள்ளது எனக் காட்டுக.

   e) தானக் காவி $5i - 3j$ உடைய புள்ளியில் மையத்தை உடைய நீள்வட்டத்தின் தெக்காட்டின் சமன்பாட்டைக் காண்க, மற்றும் பெரிய மற்றும் சிறிய அச்சுகள் முறையே 10 மற்றும் 6 நீளம் கொண்டவை, அவை $x -$ மற்றும் $y -$அச்சுகளுக்க சமாந்தரமாக இருக்கும்.

67

பகுதி **B**

மூன்று வினாக்களுக்கு மட்டும் விடையளிக்குக.

2. a) காவிகள் $\underline{a} = (2,3,-1)$, $\underline{b} = (4,-2,5)$ மற்றும் $\underline{c} = (-1,4,3)$ தரப்பட்டுள்ளது:

i) காவி மும்மைப் பெருக்கம் $\underline{a} \times (\underline{b} \times \underline{c})$ ஐ கணிக்க.

ii) இதிலிருந்து, காவி மும்மைப் பெருக்க சர்வசமன்பாடு $\underline{a} \times (\underline{b} \times \underline{c}) = (\underline{a} \cdot \underline{c})\underline{b} - (\underline{a} \cdot \underline{b})\underline{c}$ ஐ வாய்ப்புப் பார்க்க.

iii) கோவை $(\underline{a} \times \underline{d}) \cdot (\underline{b} \times \underline{c})$ ஐ காண்க, $\underline{d} = (1,1,-2)$ எனத் தரப்பட்டுள்ளது.

b) l_1 மற்றும் l_2 ஆகியவை முறையே $\underline{r} = \underline{i} + 5\underline{j} + 5\underline{k} + \lambda(2\underline{i} + \underline{j} - \underline{k})$ மற்றும்

$\underline{r} = 2\underline{j} + 12\underline{k} + \mu(3\underline{i} - \underline{j} + 5\underline{k})$ ஆல் தரப்பட்ட இரண்டு நேர்கோடுகள் என்க.

i) இரண்டு கோடுகளினதும் இடைவெட்டுப் புள்ளியைக் காண்க.

ii) புள்ளி A என்பது $\lambda = 1$ ஆக இருக்கும் போது l_1 இன் மீதுள்ளது, மற்றும் புள்ளி B என்பது $\mu = 1$ ஆக இருக்கும் போது l_2 வின் மீதுள்ளது.
புள்ளிகள் A மற்றும் B ஊடாகச் செல்லும் l_3 கோட்டின் காவிச் சமன்பாட்டை பெறுக.

3. a) இங்கு $\underline{a}, \underline{b}$ மற்றும் $\underline{c}$ ஆகியவை தரப்பட்ட காவிகள், $\underline{a} \times (\underline{b} \times \underline{c}) = (\underline{a} \cdot \underline{c})\underline{b} - (\underline{a} \cdot \underline{b})\underline{c}$ என்னும் முடிவைப் பயன்படுத்தி,
பின்வருவனவற்றைக் காட்டுக:

i) $\underline{i} \times (\underline{a} \times \underline{i}) + \underline{j} \times (\underline{a} \times \underline{j}) + \underline{k} \times (\underline{a} \times \underline{k}) = 2\underline{a}$,

ii) $(\underline{a} \times \underline{b}) \cdot (\underline{c} \times \underline{d}) = (\underline{b} \cdot \underline{d})(\underline{a} \cdot \underline{c}) - (\underline{b} \cdot \underline{c})(\underline{a} \cdot \underline{d})$,

iii) $(\underline{a} \times \underline{b}) \cdot [(\underline{b} \times \underline{c}) \times (\underline{c} \times \underline{a})] = [\underline{abc}]^2$ என ஊய்த்தறிக,

iv) பகுதி (ii) ஐப் பயன்படுத்தி $(\underline{a} \times \underline{b}) \cdot (\underline{c} \times \underline{d}) + (\underline{b} \times \underline{c}) \cdot (\underline{a} \times \underline{d}) + (\underline{c} \times \underline{a}) \cdot (\underline{b} \times \underline{d}) = 0$ எனக் காட்டுக.

b) புள்ளிகள் P, Q மற்றும் R இன் தானக் காவிகள் முறையே $\underline{p} = (3,7,-1)$, $\underline{q} = (1,2,-3)$ மற்றும் $\underline{r} = (5,4,2)$ ஆகும். முக்கோணி PQR இன் பரப்பளவைக் காண்க.

4. a) i) காவிகள் $\underline{a} = (2, 3, -1)$, $\underline{b} = (0, 4, 5)$ மற்றும் $\underline{c} = (1, 6, 2)$ ஆகியவை ஒருதளமானவை அல்ல என்பதைக் காட்டுக.

ii) இந்த காவிகள் $\underline{a}, \underline{b}$, மற்றும் $\underline{c}$ ஆகியவற்றால் உருவாகும் இணைகரத்திண்மத்தின் கனவளவைக் காண்க.

b) $\frac{x-2}{5} = \frac{y+3}{-6} = \frac{z-4}{2}$ என்னும் கோட்டை கொண்ட தளத்தின் தெக்காட்டின் சமன்பாட்டைக் காண்க மற்றும் இது கோடு $\frac{x+1}{7} = \frac{y-2}{5} = \frac{z+3}{-8}$ இற்கு சமாந்தரமாகவுள்ளது.

5. a) i) ஒரு துணிக்கை ஒரு வளைவில் நகர்கிறது, அதன் பரமானச் சமன்பாடுகள்

$x = 2\cos 2t, y = 2\sin 2t, z = \frac{3}{2}e^{-2t}$ ஆகும், இங்கு t நேரம்.

t நேரத்தில் அதன் வேகத்தையும் மற்றும் $t = 0$ இல் கதி மற்றும் ஆர்முடுகலையும் காண்க.

ii) $\underline{a}, \underline{b}$ ஒருமைக் காவிகள் மற்றும் ω ஒரு ஒருமை எண்ணியும் என்க.

$\underline{r}(t) = \cos\omega t\ \underline{a} + \sin\omega t\ \underline{b}$ என ஆகுமாறு காவி $\underline{r}$ தரப்பட்டுள்ளது, $\underline{r} \times \frac{d\underline{r}}{dt} = \omega\ \underline{a} \times \underline{b}$ எனக் காட்டுக.

b) $\underline{F} = y\underline{i} + x\underline{j}$ என்னும் விசையின் புலத்தினால் $y = x^2$ பரவளைவின் ஊடாக $(0,0)$ இலிருந்து $(3,9)$ க்கு அசைப்பதற்கு ஒரு கட்டுப்படுத்தப்பட்ட துணிக்கையின் மீது செய்யப்படும் வேலையைக் காண்க.

6. a) ஒரு வட்டத்தின் பரமானச் சமன்பாடுகள் தரப்பட்டுள்ளது:

$$\underline{r}(\theta) = (a + a\cos\theta)\underline{i} + a\sin\theta\ \underline{j}$$

i) இந்த பரமானச் சமன்பாடு $(a, 0)$ ஐ மையமாகக் கொண்ட a ஆரை உடைய வட்டத்தைக் குறிக்கிறது என நிறுவுக.

ii) $\theta = \frac{\pi}{3}$ என்ற வட்டத்தின் புள்ளியைத் துணிக.

iii) புள்ளி $\left(2a, \frac{a}{\sqrt{3}}\right)$ வட்டத்தில் உள்ளதா என வாய்ப்புப் பார்க்க.

b) வெளி வளையி $\underline{r}(t) = \sin t\ \underline{i} + \cos t\ \underline{j} + t\underline{k}$ எனத் தரப்பட்டுள்ளது, பின்வருவனவற்றைக் காண்க:

i) அலகுத் தொடலிக் காவி,

ii) தலைமைச் செவ்வன் மற்றும் வெளி வளையின் வளைவு.

93