00203

ශ්‍රී ලංකා විවෘත විශ්වවිද්‍යාලය

විද්‍යාවේදී/ අධ්‍යාපනවේදී උපාධි පාඨමාලාව

ව්‍යවහාරික ගණිතය - මට්ටම 03

ADU3302 - අවකල සමීකරණ

අවසන් පරීක්ෂණය 2024/2025

කාලය : පැය දෙකයි

දිනය: 20.05.2025

කාලය : ප.ව. 1.30 -ප.ව. 3.30

උපදෙස්

- මෙම ප්‍රශ්න පත්‍රය A සහ B ලෙස කොටස් **දෙකකින්** සමන්විත වේ: **A කොටස අනිවාර්ය වේ.** එය ව්‍යුහගත රචනා ප්‍රශ්න **පහකින්** සමන්විත වන අතර ලකුණු 100ක් හිමිවේ.
- B කොටස රචනා ප්‍රශ්න පහකින් (05) සමන්විත වන අතර **ඉන් ප්‍රශ්න තුනකට (03) පමණක් පිළිතුරු සැපයිය යුතුය.** B කොටසේ සෑම ප්‍රශ්නයකටම ලකුණු 100 ක් හිමිවේ.
- මෙම ප්‍රශ්න පත්‍රය පිටු 03කින් සමන්විත වේ.

<u>A කොටස</u>

1. මෙම කොටසේ ඇති සියලුම ප්‍රශ්නවලට පිළිතුරු සැපයිය යුතුය.

   i. පහත අවකල සමීකරණය සලකන්න.

   $$\frac{d^2y}{dx^2} + 3\frac{dy}{dx} + 2y = \cos(x)$$

   a) අවකල සමීකරණයේ පෙළ සොයන්න.

   b) අවකල සමීකරණයේ මාත්‍රය සොයන්න.

   c) සමීකරණය රේඛීයද, රේඛීය නොවනද යන්න නිර්ණය කරන්න.

   ii. අනුකලිත සාධකයක් භාවිතා කර පහත අවකල සමීකරණය සම්පූර්ණ අවකල සමීකරණයක් බවට පත් කරන්න.

   $$(x^2 + y^2 + 2x)dx + 2ydy = 0$$

   iii. කාමරයක නියත පරිසර උෂ්ණත්වය T_0 වන අවස්ථාවක උණුසුම් වස්තුවක් තබනු ලැබේ. නිව්ටන්ගේ සිසිලන නියමයට අනුව, වස්තුවේ උෂ්ණත්වය $T(t)$ වෙනස් වන වේගය වස්තුවේ උෂ්ණත්වය සහ කාමර උෂ්ණත්වය අතර වෙනසට සමානුපාතික වේ. සමානුපාතික නියතය k භාවිතා කරමින් මෙම සිසිලන ක්‍රියාවලිය ආදර්ශනය කිරීම සඳහා අවකල සමීකරණයක් ලියා දක්වන්න.

   iv. පහත ප්‍රකාශනය විසඳන්න

   $$[D^2 - 4D + 3]e^{kx}.$$

   v. $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{n+1}}{n+1}$ ශ්‍රේණියේ අභිසාරී අරය සොයන්න.

B කොටස (මෙම කොටසින් ප්‍රශ්න තුනකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.)

2.

i. පහත දක්වා ඇති අවකල සමීකරණය විචල්‍ය වෙන් කළ හැකි ක්‍රමය භාවිතා කරමින් විසදුම් සොයන්න.

$$\frac{dy}{dx} = (x^2 + 6)(y - 7).$$

ii. $\frac{dy}{dx} = \frac{x+2y-2}{2x-y+1}$ අවකල සමීකරණය සලකන්න.

a) $x = X + h$ සහ $y = Y + k$ යන ආදේශක භාවිතා කර, ඉහත අවකල සමීකරණය $\frac{dY}{dX} = \frac{X+2Y}{2X-Y}$ ආකාරය බවට පරිවර්තනය කරන්න. එහිදී h සහ k අගයන් නිර්ණය කළ යුතුය.

b) එමගින්, දී ඇති අවකල සමීකරණය විසඳන්න.

---

3. ආසාදිත රෝගයක වාර්තා වූ රෝගීන්ගේ ගණන x (දහස් ගණනින්) ලෙස දක්වනු ලබන අතර, එය කාලයත් සමඟ අඩුවෙමින් පවතී. මෙහි රෝගය මුලින් වාර්තා වූ දින සිට ගතවූ මාස ගණන t ලෙස දක්වනු ලබයි. මෙහි රෝගීන් සංඛ්‍යාව අඩු වන අනුපාතය වාර්තා වූ රෝගීන් සංඛ්‍යාවේ වර්ගයට සමානුපාතික වේ. x අඛණ්ඩ විචල්‍යයක් ලෙස ආකෘතිගත කළ හැකි යැයි උපකල්පනය කෙරේ.

i. x, t සහ සමානුපාතික නියතය k භාවිතා කර අවකල සමීකරණය ලියා දක්වන්න.

ii. මුල් අවස්ථාවේදී, වාර්තා වූ රෝගීන්ගේ ගණන 2,500ක් විය. මාසයකින් පසු, එම සංඛ්‍යාව 1,600ක් දක්වා අඩු විය.

a) අවකල සමීකරණය විසදීමෙන් $x = \frac{40}{9t+16}$ බව පෙන්වන්න.

b) වාර්තා වූ රෝගීන්ගේ ගණන 250 ක් වීමට ගත වන මාස ගණන නිර්ණය කරන්න.

4.

i. පහත අවකල සමීකරණය සලකන්න:

$$(y^2 \cos x + 2x \cos y)dx + (2y \sin x - x^2 \sin y)dy = 0.$$

a) ඉහත අවකල සමීකරණය සපිරි අවකල සමීකරණයක් බව පෙන්වන්න.

b) ඉහත අවකල සමීකරණය සුදුසු ක්‍රමයක් භාවිතා කරමින් විසදන්න.

ii. පහත තත්වයන් යටතේ පවතින රේඛීය අවකල සමීකරණය සලකන්න

$$\frac{dy}{dx} + \frac{y}{x} = x^3, \qquad y(1) = 2$$

ඉහත අවකල සමීකරණයේ විසඳුම $xy = \frac{1}{5}(x^5 + 9)$ බව පෙන්වන්න.

5. පහත සමජාතීය නොවන අවකල සමීකරණය සලකන්න

$$D^2y + 4y = 4x^2 + 10e^{-x}.$$

i. සම්බන්ධිත සමජාතීය සමීකරණය සඳහා සාධාරණ විසඳුමක් සොයන්න.

ii. දී ඇති සමජාතීය නොවන සමීකරණයට නිශ්චිත විසඳුමක් සොයන්න.

iii. එමගින් ඉහත සමජාතීය නොවන අවකල සමීකරණයේ සාධාරණ විසඳුම ලියා දක්වන්න.

iv. $y(0) = 2$ සහ $y'(0) = 0$ වන විට සමජාතීය නොවන සමීකරණයේ විසඳුම සොයන්න.

6.

i. පහත දෙවන පෙළ සමජාතීය නොවන සාමාන්‍ය අවකල සමීකරණය සලකන්න,

$$\frac{d^2y}{dx^2} - 3\frac{dy}{dx} + 2y = 4x^2 + \sin x$$

a) UC-ශ්‍රිත හඳුනාගෙන අනුරූප UC-කට්ටල ලියා දක්වන්න.

b) එමගින්, නිර්ණය නොකළ සංගුණකවල ක්‍රමය භාවිතයෙන් ඉහත අවකල සමීකරණයේ නිශ්චිත විසඳුම සොයන්න.

ii. පහත අවකල සමීකරණයේ සියලුම ඒකීය ලක්ෂ්‍ය සොයන්න.

$$x(x+3)y'' + x^2y' - y = 0.$$

ඉන්පසු, මෙම ලක්ෂ්‍ය සවිධි ඒකීය ලක්ෂ්‍ය ද නැතහොත් අවිධි ඒකීය ලක්ෂ්‍ය ද යන්න පරීක්ෂා කරන්න.

****

117