இலங்கை திறந்த பல்கலைக்கழகம்

விஞ்ஞானமாணி/கல்விமாணிப் பட்டப் பாடநெறி

பிரயோக கணிதம் – மட்டம் 03

ADU 3302 – வகையீட்டுச் சமன்பாடுகள்

இறுதிப் பரீட்சை –**2024/2025**

காலம்: இரண்டு மணித்தியாலம்

திகதி: **20.05.2025**	நேரம்: பி.ப. **01.30** – பி.ப. **03.30**

பொது அறிவுறுத்தல்கள்

- இவ் வினாப்பத்திரமானது பகுதி **A** மற்றும் பகுதி **B** என இரண்டு பகுதிகளைக் கொண்டுள்ளது. பகுதி **A** கட்டாயமானது மற்றும் இது ஐந்து கட்டமைக்கப்பட்ட கட்டுரை வினாக்களைக் கொண்டுள்ளது மற்றும் 100 புள்ளிகளைக் கொண்டுள்ளது.
- பகுதி **B** யானது ஐந்து கட்டுரை வகையான வினாக்களைக் கொண்டுள்ளது அவற்றில் மூன்று வினாக்களுக்கு மட்டும் விடையளிக்கவும். பகுதி **B** இல் உள்ள ஒவ்வொரு வினாவும் 100 புள்ளிகளை கொண்டுள்ளது.
- இவ் வினாத்தாள் 03 பக்கங்களைக் கொண்டுள்ளது.

பகுதி **A**

1. இந்த பகுதியிலுள்ள அனைத்து வினாக்களுக்கும் விடையளிக்குக.

(i) பின்வரும் வகையீட்டுச் சமன்பாட்டைக் கருத்தில் கொள்க.

$$\frac{d^2y}{dx^2} + 3\frac{dy}{dx} + 2y = \cos x$$

(a) வகையீட்டுச் சமன்பாட்டின் வரிசையைக் காண்க.

(b) வகையீட்டுச் சமன்பாட்டின் படியைக் காண்க.

(c) சமன்பாடு ஏகபரிமாணமானதா அல்லது ஏகபரிமாணமற்றதா என்பதைத் துணிக.

(ii) பின்வரும் வகையீட்டுச் சமன்பாட்டை ஒரு செப்பமான வகையீட்டுச் சமன்பாடாக ஆக்க ஒரு தொகையீட்டுக் காரணியைப் பயன்படுத்துக

$$(x^2 + y^2 + 2x)dx + 2ydy = 0.$$

(iii) ஒரு சூடான பொருள் ஒரு மாறா சுற்றுப்புற வெப்பநிலை T_0 உடைய ஒரு அறையில் வைக்கப்படுகிறது. நியூட்டனின் குளிர்ச்சி விதிப்படி பொருளின் வெப்பநிலை $T(t)$ மாறும் வீதம், பொருளின் வெப்பநிலைக்கும் மற்றும் சுற்றுப்புற வெப்பநிலைக்கும் இடையிலுள்ள வித்தியாசத்திற்கு விகிதசமமானதாகும். விகிதசம மாறிலி k ஐப் பயன்படுத்தி, இந்த குளிரூட்டும் செயல்முறையை மாதிரியாக்க ஒரு வகையீட்டுச் சமன்பாட்டை உருவாக்குக.

(iv) பின்வரும் கோவையை சுருக்குக

$$[D^2 - 4D + 3]e^{kx}.$$

(v) [illegible]

பகுதி B

இப் பகுதியில் இருந்து மூன்று வினாக்களுக்கு மட்டும் விடையளிக்குக.

2. (i) மாறியின் வேறாக்கத்தகு முறையைப் பயன்படுத்தி பின்வரும் வகையீட்டுச் சமன்பாட்டை தீர்க்க

$$\frac{dy}{dx} = (x^2 + 6)(y - 7).$$

(ii) $\frac{dy}{dx} = \frac{x+2y-2}{2x-y+1}$ என்னும் வகையீட்டுச் சமன்பாட்டினைக் கருத்தில் கொள்க.

(a) மேலுள்ள வகையீட்டுச் சமன்பாட்டை $x = X + h$ மற்றும் $y = Y + k$ என்னும் மாற்றீடுகளைப் பயன்படுத்தி $\frac{dY}{dX} = \frac{X+2Y}{2X-Y}$ என்ற வடிவத்திற்கு மாற்றுக, இங்கு h மற்றும் k துணியப்பட வேண்டியவை.

(b) இதிலிருந்து, தரப்பட்ட வகையீட்டுச் சமன்பாட்டைத் தீர்க்க.

3. x (ஆயிரங்களில்) ஆல் குறிக்கப்படும் ஒரு தொற்று நோயின் அறிக்கையிடப்பட்ட நோயாளர்களின் எண்ணிக்கை காலத்துடன் குறைந்து வருகிறது, இங்கு t என்பது நோய் முதன்முதலில் பதிவுசெய்யப்பட்டதிலிருந்து உள்ள மாதங்களின் எண்ணிக்கையைக் குறிக்கிறது. நோயாளர்களின் எண்ணிக்கை குறைந்து வரும் வீதம், அறிக்கையிடப்பட்ட நோயாளர்களின் எண்ணிக்கையின் இருபடிக்கு விகிதாசாரமாகும். x ஐ தொடர்ச்சியான மாறியாக மாதிரியாக்க முடியும் எனக் கருதுக.

(i). x, t மற்றும் ஒரு விகிதாசார மாறிலி k ஆகியவற்றின் அடிப்படையில் வகையிட்டுச் சமன்பாட்டை எழுதுக.

(ii). ஆரம்பத்தில், 2500 அறிக்கையிடப்பட்ட பதிவுகள் இருந்தன. ஒரு மாதத்திற்குப் பிறகு, பதிவுகளின் எண்ணிக்கை 1600 ஆகக் குறைந்தது.

(a) $x = \frac{40}{9t+16}$ எனக் காட்டுவதற்கு வகையீட்டுச் சமன்பாட்டைத் தீர்க்க.

(b) அறிக்கையிடப்பட்ட பதிவுகளின் எண்ணிக்கை 250 ஐ அடையும் வரை கடந்து செல்லும் மாதங்களின் எண்ணிக்கையைக் கணிக்க.

4. (i) பின்வரும் வகையீட்டுச் சமன்பாட்டைக் கருத்தில் கொள்க:

$$(y^2 \cos x + 2x \cos y)dx + (2y \sin x - x^2 \sin y)dy = 0.$$

(a) மேலே உள்ள வகையீட்டுச் சமன்பாடு ஒரு செப்பமான வகையீட்டுச் சமன்பாடு எனக் காட்டுக.

(b) பொருத்தமான முறையைப் பயன்படுத்தி மேலே உள்ள வகையீட்டுச் சமன்பாட்டைத் தீர்க்க.

(ii) பின்வரும் வகையீட்டுச் சமன்பாட்டை ஒரு நிபந்தனையுடன் கருத்தில் கொள்க,

$$\frac{dy}{dx} + \frac{y}{x} = x^3, \; y(1) = 2.$$

மேலே உள்ள வகையீட்டுச் சமன்பாட்டின் தீர்வு:

$xy = \frac{1}{5}(x^5 + 9)$ எனக் காட்டுக.

5. $D^2y + 4y = 4x^2 + 10e^{-x}$ என்னும் ஏகவினமற்ற சாதாரண வகையீட்டுச் சமன்பாட்டைக் கருத்தில் கொள்க.

(a) இணைந்த ஏகவின சமன்பாட்டிற்கான ஒரு பொதுத் தீர்வைக் காண்க.

(b) தரப்பட்ட ஏகவினமற்ற சமன்பாட்டின் ஒரு குறிப்பிட்ட தீர்வைக் காண்க.

(c) இதிலிருந்து மேலே உள்ள ஏகவினமற்ற வகையீட்டுச் சமன்பாட்டின் பொதுத் தீர்வை எழுதுக.

(d) $y(0) = 2$ மற்றும் $y'(0) = 0$ எனின், ஏகவினமற்ற சமன்பாட்டின் தீர்வைக் காண்க.

6. (i) $\frac{d^2y}{dx^2} - 3\frac{dy}{dx} + 2y = 4x^2 + \sin x$ என்னும் இரண்டாம் படி ஏகவினமற்ற சாதாரண வகையீட்டுச் சமன்பாட்டைக் கருத்தில் கொள்க.

(a) UC-சார்புகளை அடையாளம் காண்க மற்றும் அதனுடன் தொடர்புடைய UC-தொடைகளை உருவாக்குக.

(b) இதிலிருந்து, தேர்பிலாக் குணகங்களின் முறையைப் பயன்படுத்தி மேலே உள்ள வகையீட்டுச் சமன்பாட்டின் குறிப்பிட்ட தீர்வைக் காண்க.

(ii) பின்வரும் வகையீட்டுச் சமன்பாட்டின் அனைத்து தனிச்சிறப்பு புள்ளிகளையும் காண்க.

$$x(x+3)y'' + x^2y' - y = 0.$$

பின்னர், இந்தப் புள்ளிகள் ஒழுங்கான தனிச்சிறப்பு புள்ளிகளா அல்லது ஒழுங்கற்ற தனிச்சிறப்பு புள்ளிகளா என்பதைச் சரிபார்க்க.