1065

The Open University of Sri Lanka

Faculty of Natural Sciences

B. Sc / B. Ed Degree Programme

Course Code and Title	: **CYE3200 - Mathematics for Chemistry and Biology**
Department	: Chemistry
Level	: 03
Name of the Examination	: B. Sc Degree Programme - **Final Examination**
Academic Year	: 2023 /2024
Date	: 23rd March 2024
Time	: 1.30 pm to 3.30 pm
Duration	: Two hours (**02**)

Number of Questions	: 8	Number of Pages	: 06
ප්‍රශ්න ගණන	: 8	පිටු ගණන	: 06
வினாக்களின் எண்ணிக்கை	: 8	பக்கங்களின் எண்ணிக்கை	: 06

Instructions / උපදෙස් / அறிவுறுத்தல்கள்:

(1) Answer all eight (8) Questions; Total marks awarded = 323./ ප්‍රශ්න අටටම (8) පිළිතුරු සපයන්න; මුළු ලකුණු ගණන = 323 / அனைத்து எட்டு (8) வினாக்களிற்கும் விடையளிக்குக; வழங்கப்பட்டுள்ள மொத்தப் புள்ளிகள் = 323.

(2) All those scoring **300** or more would be deemed to have scored **100%**; pro rata marks will be awarded to other candidates. / ලකුණු 300 හෝ ඊට වැඩි සියලු දෙනා ලකුණු 100% ක් ලෙස සලකනු ලැබේ; සමානුපාතික ලකුණු අනෙකුත් අයදුම් කරුවන්ට ලබා දෙනු ලැබේ./ **300** அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட புள்ளிகள் பெற்ற அனைவரும் **100%** புள்ளிகள் பெற்றதாகக் கருதப்படுவர். ஏனைய பரீட்சார்த்திகளுக்கு சார்பு வீத புள்ளிகள் வழங்கப்படும்.

(3) The use of a non-programmable electronic calculator is permitted./ ක්‍රමනය කළ නොහැකි ඉලෙක්ට්‍රොනික ගණක යන්ත්‍රයක් භාවිතා කිරීමට අවසර ඇත./ செயல் நெறிப்படுத்தப்படாத கணிப்பானின் பயன்பாட்டிற்கு அனுமதி வழங்கப்படும்.

(4) Write down all **relevant steps** and simplify your answer/s අදාළ සියලු පියවර ලියා ඔබේ පිළිතුරු සරල කරන්න கணிப்பீடுகள் **தொடர்பான** அனைத்து **படிமுறைகளையும்** எழுதுக. அத்துடன் விடை / விடைகளை எளிய வடிவில் தருக.

(5) **Mobiles** phones are **not** allowed; switch off and leave them outside / ජංගම දුරකතන ක්‍රියාවිරහිත කොට විභාග ශාලාවෙන් පිටත තබා පැමිණෙන්න / **கையடக்கத் தொலைபேசிகள் அனுமதிக்கப்படமாட்டாது**. எனவே அவற்றின் ஆளியை நிறுத்தி வெளியில் வைத்துவிடவும்.

(6) Formula sheet attached / සූත්‍ර පත්‍රය අමුණා ඇත / சூத்திர அட்டவணை இணைக்கப்பட்டுள்ளது.

> ***Use of **calculators for integrations/differentiations etc** are strictly **prohibited**
> ***අනුකලනය / අවකලනය ආදිය සඳහා ගණක යන්ත්‍ර භාවිතා කිරීම සපුරා තහනම්
> ***தொகையீடு / வகையீடு போன்றவற்றிற்கு கணிப்பான்களின் பயன்பாடு கண்டிப்பாகத் தடைசெய்யப்பட்டுள்ளது

Formula sheet / සූත්‍ර පත්‍රය / சூத்திர அட்டவணை

Trigonometry / ත්‍රිකෝණමිතිය / திரிகோணகணிதம்

$\sin(A+B) = \sin A \cdot \cos B + \cos A \cdot \sin B$ ------(1)

$\cos(A+B) = \cos A \cdot \cos B - \sin A \cdot \sin B$ ------(2)

Putting A = B, we have

$\sin 2A = 2\sin A \cdot \cos A$; $\cos 2A = \cos^2 A - \sin^2 A = 2\cos^2 A - 1 = 1 - 2\sin^2 A$

$\sin(-\theta) = -\sin\theta$; $\cos(-\theta) = \cos\theta$

Logarithms / ලඝුගණක / மடக்கைகள்

(i) $log_m A + log_m B = log_m AB$

(ii) $log_m A - log_m B = log_m A/B$

(iii) $log_m A^n = n\, log_m A$

(iv) $log_m m = 1$

(v) $\ln_a b = \dfrac{\ln_m b}{\ln_m a}$

(vi) $ln_b a = \dfrac{1}{ln_a b}$

Differentiation / අවකලනය / வகையீடு

(i) $y = ax^n$; $\dfrac{dy}{dx} = anx^{n-1}$

(ii) $y = \sin ax$; $\dfrac{dy}{dx} = a\cos ax$

(iii) $y = \cos ax$; $\dfrac{dy}{dx} = -a\sin ax$

(iv) $y = e^{ax}$; $\dfrac{dy}{dx} = ae^{ax}$

(v) $y = \ln ax$; $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{1}{x}$

(vi) $y = a(b+cx)^n$ $\dfrac{dy}{dx} = n.a(b+cx)^{n-1}\dfrac{d}{dx}(b+cx)$

(vii) product; $y = uv$; $\dfrac{dy}{dx} = u\dfrac{du}{dx} + v\dfrac{dv}{dx}$

(viii) quotient; $y = \dfrac{u}{v}$; $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{v\dfrac{du}{dx} - u\dfrac{dv}{dx}}{v^2}$

Integration / අනුකලනය / தொகையீடு

(i) $\int \sin a\theta d\theta = -\dfrac{\cos a\theta}{a}$

(ii) $\int \cos a\theta d\theta = \dfrac{\sin a\theta}{a}$

(iii) $\int e^{ax}dx = \dfrac{e^{ax}}{a}$

(iv) $\int \dfrac{1}{x}dx = \ln x$

(v) $\int \dfrac{f^1(x)}{f(x)}dx = \ln f(x)$

(vi) $\int ax^{n+1} = a\dfrac{x^{n+1}}{n+1}$

(vii) $\int udv = uv - \int vdu$ (by parts)

(viii) $\int \dfrac{C}{(a-x)(b-x)}dx = \dfrac{A}{(a-x)} + \dfrac{B}{(b-x)}$ an example involving partial fractions / භින්න භාග සම්බන්ධ උදාහරණයක් / பகுதிப் பின்னமாக்கலுக்கு ஓர் உதாரணம்.

Definite Integration / නිශ්චිත අනුකලනය / வரையறுக்கப்பட்ட தொகையீடு

$\int_a^b f(x) = |f(x)|_a^b = f(b) - f(a)$

1. Answer all parts (a), (b), (c), and (d).
(a), (b), (c) සහ (d) සියලුම කොටස් වලට පිළිතුරු සපයන්න.
(a), (b), (c), மற்றும் (d) ஆகிய அனைத்து பகுதிகளுக்கும் விடையளிக்குக.

(a) Evaluate the following given that $p = 2$ and $q^2 = -1$
$p = 2$ සහ $q^2 = -1$ලෙස දී ඇති විට, මෙහි අගය ගණනය කරන්න.
$p = 2$ மற்றும் $q^2 = -1$ என தரப்பட்டுள்ளதாயின், பின்வரும் கோவையை மதிப்பிடுக.

$$2(q-p)(q+2p)-(pq+p)2q$$

(b) Solve for x / විසඳන්න / x இற்காக தீர்க்குக.

(i) $2x^2 - 7x + 6 = 0$

(ii) $2^{2x+3} - 10(2^x) + 2 = 0$

(c) Transform the following equation into its exponential / non-logarithmic form and hence, solve for x / පහත සමීකරණය එහි ඝාතීය/ලඝුගණකයක් නොවන සේ පරිවර්තනය කර එමගින් x හි අගය සොයන්න / பின்வரும் சமன்பாட்டை அதன் அடுக்குக்குறி வடிவத்திற்கு அல்லது மடக்கை அல்லாத வடிவத்திற்கு மாற்றுக. இதன் மூலம் x னை தீர்க்குக.

$$\log_3 x - \log_3(x-2) = \log_3 3$$

(d) $K = \frac{mC^2}{\varphi}$; $K = 2.73 \times 10^{-19}$, $m = 9.11 \times 10^{-31}$ and / மற்றும் C $C = 3 \times 10^8$
Then calculate the value of φ / එමගින් φ හි අගය ගණනය කරන්න / எனின் φ யின் பெறுமதியை கணிக்குக.

(45 marks)

2. Answer all parts (a), (b), and (c). / (a), (b), සහ (c) සියලුම කොටස් වලට පිළිතුරු සපයන්න./ (a), (b), மற்றும் (c) ஆகிய அனைத்து பகுதிகளுக்கும் விடையளிக்குக.

(a) Using your knowledge of partial fractions, determine A, B and C./ භින්න භාග පිළිබඳ ඔබේ දැනුම භාවිතා කරමින්, A ,B සහ C නිර්නය කරන්න./ பகுதிப் பின்னங்கள் பற்றிய உங்கள் அறிவைப் பயன்படுத்தி A, B, மற்றும் C யை தீர்மானிக்கவும்.

$$\frac{x+4}{(x-1)(x^2+3x-5)} = \frac{A}{(x-1)} + \frac{Bx + C}{x^2+3x-5}$$

(18 marks)

(b) Prove that / ඔව පෙන්වන්න / நிறுபிக்குக.

(i) $\text{Sin}\, 3\theta + 4\sin^3\theta = 3\sin\theta$

(ii) $\text{Sec}\beta - tan\beta = \frac{Cos\,\beta}{1+\sin\beta}$

(24 marks)

(c) **Without the aid of a calculator or log tables**, evaluate the following/ ගණක යන්ත්‍රයක් හෝ ලඝු වගු ආධාර කර නොගෙන) පහත දැ ඇති අගය සොයන්න/ **கணிப்பான் அல்லது மடக்கை அட்டவணையின் உதவி இல்லாமல்,** பின்வரும் சமன்பாட்டை மதிப்பீடு செய்க.

$$\frac{[log_5 125][\log_2 32]}{[log_{10}100][log_{10}0.001]} + log_3(27 \times 243) + 2[log_{10}1000]^2$$

(16 marks)

3. Determine the first differential of the following functions / පහත ශ්‍රිතවල පළමු අවකලය නිර්ණය කරන්න / பின்வரும் சார்புகளின் முதலாம் வகையீட்டை தீர்மானிக்குக.

(i) $y = 2x^3 - 5x^2 - \frac{2}{x} + 22$ (ii) $y = x(e^x - 1)$ (iii) $y = \frac{\sin 3x}{\cos 2x}$

(iv) $y = \frac{1-x^2}{2-3x}$ (v) $y = \frac{1}{9}(1-3x)^9$ (vi) $y = 3x \log\frac{1}{3x}$

(48 marks)

4. Answer both parts (a) and (b) / (a) සහ (b) කොටස් දෙකටම පිළිතුරු දෙන්න/ (a) மற்றும் (b) ஆகிய இரு பகுதிகளுக்கும் விடையளிக்குக.

(a) Integrate the following පහත සඳහන් දෑ අනුකලනය කරන්න. / பின்வருவனவற்றை தொகையிடுக.

(i) $\int \frac{1}{(x^2-8X+12)} dx$ (ii) $\int x \ln 2x \, dx$ (iii) $\int (\frac{2}{x^2} - \frac{1}{3x} + \frac{5}{\sqrt{x}})dx$

(iv) $\int 9(1-3x)^{11}dx$ (v) $\int \sqrt{\frac{x^2 - 12x + 36}{x^2}} dx$

(50 marks)

(b) Evaluate / ගණනය කරන්න / மதிப்பிடுக:

$$\int_1^7 \frac{x}{x+5} dx$$

(10 marks

5. The function y = x^3 - ax^2 + bx+ 6 (where **a** and **b** are constant) has two turning/stationary points. The one turning point [coordinate (1,0)] lie on the curve./ y = x^3 - ax^2 + bx+ 6 (මෙහි a සහ b නියතවේ) ශ්‍රිතයට හැරුම් ලක්ෂ දෙකක් පවතී ඉන් එක ලක්ෂයක් [ඛණ්ඩාංක (1,0)] ශ්‍රිතය මත පිහිටයි නම් / சார்பு y = x^3 - ax^2 + bx+ 6 ஆனது (இங்கு a மற்றும் b மாறிலிகள்) இரண்டு திரும்பல் புள்ளிகளை/நிலையான புள்ளிகளைக் கொண்டுள்ளது. அப் புள்ளி [ஆள்கூறு (1,0)] வளையியின் மேல் அமைந்துள்ளது.

(i) Determine the values of **a** and **b.** / **a** සහ **b** හි අගයන් නිර්ණය කරන්න./ **a** மற்றும் **b** யின் பெறுமதிகளைத் துணிக.

(ii) Determine turning points and identify them as maxima, minima or point of inflection./ හැරුම් ලක්ෂ නිර්ණය කර ඒවා උපරිම, අවම හෝ නතිවර්තන ලක්ෂ ලෙස හඳුනා ගන්න./ திரும்பல் புள்ளிகளைத் துணிந்து அவை உயர்வுப் புள்ளிகளா அல்லது இழிவுப் புள்ளிகளா அல்லது மாறும் புள்ளிகளா என அடையாளப்படுத்துக.

(22 marks)

6. Consider the function, / ශ්‍රිතය සලකා $G = f(x,y,z) = \frac{xy^2 - yx^2}{\sqrt{z}}$ / $G = f(x,y,z) = \frac{xy^2 - yx^2}{\sqrt{z}}$ எனும் சார்பைக் கருத்திற் கொள்க.

(i) Determine $\left(\frac{\partial G}{\partial y}\right)_{z,x}$, the first partial differential of G with respect to y /
y සම්බන්ධයෙන් G හි පළමු අංශික අවකලය $\left(\frac{\partial G}{\partial y}\right)_{z,x}$ නිර්ණය කරන්න./ y சார்பாக G யின் முதல் பகுதிவகையீட்டை $\left(\frac{\partial G}{\partial y}\right)_{z,x}$ துணிக.

(ii) Show that. / බව පෙන්වන්න. / காட்டுக $\left[\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\partial G}{\partial x}\right)_{z,y}\right]_{x,y} = \left[\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial G}{\partial z}\right)_{x,y}\right]_{z,y}$

(20 marks)

7. The percentage of marks obtained by a student in the monthly tests is given below. / මාසික පරීක්ෂණයෙන් සිසුවෙකු ලබාගත් ලකුණු ප්‍රතිශතය පහත දැක්වේ./ ஒரு மாணவனால் மாதாந்த பரீட்சை ஒன்றில் பெறப்பட்ட புள்ளிகளின் சதவீதம் கீழே தரப்பட்டுள்ளது.

Test / පරීක්ෂණය / பரீட்சை	1	2	3	4	5	6
Percentage of marks obtained/ ලබා ගත ලකුණු වල ප්‍රතිශතය/ பெறப்பட்ட மதிப்பெண்களின் சதவீதம்	69	71	73	68	73	66

Based on the above data / ඉහත දත්ත මත පදනම් ව / மேலே உள்ள தரவுகளின் அடிப்படையில்,

(i) Find the median and mean of the monthly test marks obtained by the student./ ශිෂ්‍යයා විසින් ලබා ගන්නා මාසික පරීක්ෂණ ලකුණුවල මධ්‍යස්ථය සහ මධ්‍යනාය සොයන්න. / மாதாந்த பரீட்சையில் மாணவன் பெற்ற மதிப்பெண்களின் இடையம் மற்றும் சராசரியைக் காண்க.

(ii) Find the probability of getting the mark more than 70% from the above monthly tests. / ඉහත මාසික පරීක්ෂණ වලින් 70% කට වඩා ලකුණු ලබා ගැනීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න./ மாதாந்த பரீட்சையில் 70% இற்கும் அதிகமான மதிப்பெண்களை பெறுவதற்கான நிகழ்தகவைக் கணிக்க.

(iii) Calculate the standard deviation of the above monthly test marks./ ඉහත මාසික පරීක්ෂණ ලකුණු වල සම්මත අපගමනය ගණනය කරන්න./ மேலே உள்ள மாதாந்த பரீட்சை மதிப்பெண்களின் நியமவிலகலைக் கணிக்க

Hint / உதவி: $s^2 = \frac{\sum(x_i - \bar{x})^2}{n-1}$

(35 marks)

8. Answer both parts (a) and (b) / (a) සහ (b) කොටස් දෙකට ම පිළිතුරු දෙන්න / (a) மற்றும் (b) ஆகிய இரு பகுதிகளுக்கும் விடையளிக்குக.

(a) How many arrangements of the letters of the word "RESULT" are possible? /

"RESULT" යන වචනයේ අකුරු භාවිතයෙන් සෑදිය හැකි වචන ගණන කොපමණද? / "RESULT" என்ற சொல்லில் உள்ள எழுத்துக்களை எத்தனை வகைகளில் ஒழுங்குபடுத்த முடியும்,

(i) If there are no restrictions. / කිසිදු සීමාවන් නොමැති නම්/ கட்டுப்பாடுகள் இல்லை எனின்

(ii) If they begin with "RE" / ඒවා "RE" සමඟ ආරම්භ කරන්නේ නම් / அவை "RE" உடன் தொடங்கினால்.

(iii) If they do not begin with "RE" / ඒවා "RE" සමඟ ආරම්භ නොවන්නේ නම් / அவை "RE" உடன் தொடங்கவில்லை என்றால்.

(b) If the all the letters of the word "RESULT" are inserted to a bag and randomly select a letter one by one without replacing,/ "RESULT" යන වචනයේ සියලුම අකුරු මල්ලකට ඇතුළු කර අහඹු ලෙස ප්‍රතිස්ථාපනයකින් තොරව අකුර එකින් එක තෝරන්න./ "RESULT" என்ற சொல்லில் உள்ள எழுத்துக்களையும் ஒரு பையில் இட்டு, மாற்றீடுகள் அல்லது மீள்நிரப்புகள் இன்றி எழுந்தமானமாக ஒரு எழுத்தை எடுக்கும் போது

(i) Find the probability of getting the letter "S" at the first time./ පළමු වරට "S" අක්ෂරය ලබා ගැනීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න./ "S" என்ற எழுத்தை முதலாவது தடவையில் பெறுவதற்கான நிகழ்தகவை காண்க.

(ii) Find the probability of getting the letter "R" at the second time./ දෙවන වර "R" අක්ෂරය ලබා ගැනීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න./ "R" என்ற எழுத்தை இரண்டாவது தடவையில் பெறுவதற்கான நிகழ்தகவை காண்க.

(35 marks)

*********END********