ශ්‍රී ලංකා විවෘත විශ්ව විද්‍යාලය

ස්වභාවික විද්‍යා පීඨය

විද්‍යාවේදී/අධ්‍යාපනවේදී උපාධි පාඨමාලාව

ව්‍යවහරික ගණිතය - තුන්වන මට්ටම

ADU3302- අවකල සමීකරණ

අවසන් වාර පරීක්ෂණය - 2023/2024

දිනය: 31.03.2024	**කාලය: පෙ.ව 09.30 - පෙ.ව 11.30**

අපේක්ෂකයන් සඳහා උපදෙස්

- මෙම ප්‍රශ්න පත්‍රය **A** කොටස සහ **B** කොටස ලෙස කොටස් දෙකකින් යුක්තවේ. **A** කොටස අනිවාර්ය වන අතර එහි ව්‍යුහගත රචනා ප්‍රශ්න **පහක්** ඇත.
- **B** කොටස රචනා ප්‍රශ්න **පහකින්** සමන්විත වන අතර **තුනකට පමණක්** පිළිතුරු සපයන්න.

  එම කොටසෙහි සෑම ප්‍රශ්නයකටම 100 ලකුණු බැගින් හිමිවේ.
- මෙම පත්‍රය පිටු 03 කින් සමන්විත වේ.

<u>ඒ කොටස</u>

1. **මෙම කොටසේ ඇති සියලුම ප්‍රශ්න වලට පිළිතුරු සපයන්න.**

   (a) $\frac{dy}{dx} = -\frac{x}{y}$ යන සමීකරණය ඒකජද නිරේකජද යන්න නිර්ණය කරන්න.

   (b) $y(x) = e^{-3x}$ යන්න $\frac{d^2y}{dx^2} - 2\frac{dy}{dx} - 15y = 0$ යන අවකල සමීකරණයේ විසඳුමක් වන බව පෙන්වන්න.

   (c) $ye^{2xy} + x + bxe^{2xy}y' = 0$ යන සමීකරණය සපිරි වන පරිදි b සඳහා අගය සොයන්න.

   (d) $y'' + 2y' + 2y = 3e^{-t} + 2e^{-t}\cos t$ යන දෙවන ගනයේ අවකල සමීකරණය සලකන්න. UC-ශ්‍රිත හඳුනාගෙන ඊට අනුරූප UC-කුලක ජනනය කරන්න.

   (e) m ස්කන්ධයක් සහිත පන්දුවක් ආරම්භක ප්‍රවේගයකින් තොරව පහත වැටෙන ඇති අතර එය මත ක්‍රියාත්මක වන වායු ප්‍රතිරෝධය එහි ප්‍රවේගයේ වර්ගයට සමානුපාතික වේ. t කාලයකදී පන්දුවේ ත්වරණය සඳහා ප්‍රකාශනයක් සොයන්න. පන්දුවේ ප්‍රවේගය v ලෙසත් ගුරුත්වාකර්ෂණ බලය g ලෙසත් සලකන්න.

බී කොටස

ප්‍රශ්ණ තුනකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

2. (a) $\frac{dy}{dt} = f\left(\frac{y}{t}\right)$ යන අවකල සමීකරණය සලකන්න.

   (i) සුදුසු ආදෙශේකයක් මගින් ඉහත සමීකරණය $v + t\frac{dv}{dt} = f(v)$ යන සමීකරණයට තුල්‍ය වන බව පෙන්වන්න.

   (ii) $\frac{dy}{dt} = 2\left(\frac{y}{t}\right) + \left(\frac{y}{t}\right)^2$ යන සමීකරණයේ සාධාරණ විසඳුම් සොයන්න.

   (b) $\frac{dy}{dx} = \frac{x+y+1}{x-y+3}$ යන අවකල සමීකරණය සලකන්න.

   (i) $x = X + h$ සහ $y = Y + k$ යන ආදෙශේකයන් භාවිතා කර $\frac{dY}{dX}$ සඳහා ප්‍රකාශයක් ලබාගන්න.

   (ii) (i) කොටසින් සැදෙන සමීකරණය, විචල්‍ය-වෙන් කළ හැකි සමීකරණයක් බවට පරිවර්තනය කිරීම සඳහා h සහ k සඳහා අගයන් නිර්ණය කරන්න

3. ඉන්දියන් සාගරයේ ජීවත් වන swordfish මසුන් ජනගහනයක වර්ධනය $\frac{dp(t)}{dt} = 0.003p(t)$මගින් පෙන්වනු ලැබේ. මෙහි t කාලය මිනිත්තු වලින් මනිනු ලැබේ.

   (i) නුසුදුසු මූලද්‍රව්‍යයක් ඔවුන්ගේ අසල්වැසි ප්‍රදේශයට ගමන් කිරීම නිසා, විනාඩියකට swordfish මසුන් 0.002 ඉවත්වේ. දී ඇති ජනගහන වර්ධන සමීකරණය, මෙම සාධකය සැලකිල්ලට ගෙන වෙනස් කරන්න.

   (ii) $t = 0$ අවස්ථාවේ swordfish මාළු මිලියනයක් ඇතැයි උපකල්පනය කරන්න. Swordfish මසුන් ජනගහනය $p(t)$ සොයන්න.

   (iii) (i) කොටසේ සඳහන් කර ඇති සිද්ධියට අමතරව $t = 0$ අවස්ථාවේ මෝරුන් පිරිසක් මෙම ජලයේ වාසස්ථාන පිහිටුවාගෙන swordfish මසුන්ට පහර දීමට පටන් ගනී යැයි උපකල්පනය කරන්න. මෝරුන් විසින් මසුන් මරා දැමීමේ වේගය $0.001p^2(t)$, $p(t)$ යනු t අවස්ථාවේ swordfish මාළු ගහනයයි. මෙම සාධකය සැලකිල්ලට ගනිමින්, (i) කොටසින් ලබාගත් ජනගහන වර්ධන සමීකරණය වෙනස් කරන්න. Swordfish මසුන් ජනගහනය $p(t)$ සොයන්න.

4. (a) $(2y + e^t)dt + (2t + \cos y)dy = 0$ යන සමීකරණයේ සාධාරණ විසඳුම් සොයන්න.

   (b) සුදුසු අනුකල සාධකයක් භාවිතා කර $\frac{dy}{dx} = 2xy - x$ යන සමීකරණය සපිරි සමීකරණක් බවට පරිවර්තනය කරන්න.

   (c) $M(x) + N(y)\frac{dy}{dx} = 0$ ආකාරයේ ඕනෑම විචල්‍ය-වෙන් කළ හැකි සමීකරණයක් සපිරි වන බව පෙන්නවන්න.

5. (a) $y'' - 2y' - 2y = 0$ යන සමීකරණයේ සාධාරණ විසඳුම් සොයන්න.

(b) $y'' - 2y' - 2y = -2t + 4t^2$ යන සමීකරණයේ ව්‍යක්තික විසඳුම සොයා එමගින් සාධාරණ විසඳුම සොයන්න.

(c) D-operator ක්‍රමය භාවිතා කර $\frac{d^2y}{dx^2} + 3\frac{dy}{dx} + 4y = e^{2x} + \sin 3x$ යන සමීකරණයේ ව්‍යක්තික විසඳුම සොයන්න.

(ඉඟිය: $\sin x$ සඳහා ඉයුලර්ගේ සූත්‍රය $\sin x = \frac{e^{ix} - e^{-ix}}{2i}$)

6. (a) තේ කෝප්පයක උෂ්ණත්වය නිව්ටන්ගේ සිසිලන නියමයට අවනත වේ යැයි සිතමු. තේ නැවුම්ව වත් කරන විට 200∘F උෂ්ණත්වයක් තිබේ නම් සහ විනාඩි 1 කට පසුව 70∘F ක නියත උෂ්ණත්වයක් පවතින කාමරයක දී 190∘F දක්වා සිසිල් වී ඇත්නම්, තේ 150∘F උෂ්ණත්වයකට ළඟා වන කාලය නිර්ණය කරන්න.

(b) $x = 0$ යන්න $8x^2\frac{d^2y}{dx^2} + 10x\frac{dy}{dx} + (x-1)y = 0$ යන අවකල සමීකරණයේ සවිධි අපූර්ව ලක්ෂ්‍යයක් වන බව පෙන්වන්න.