இலங்கை திறந்த பல்கலைக்கழகம்

விஞ்ஞானமாணி/கல்விமாணிப் பட்டப் பாடநெறி

பிரயோக கணிதம் – மட்டம் 03

ADU 3302 – வகையீட்டுச் சமன்பாடுகள்

இறுதிப் பரீட்சை –**2023/2024**

023

திகதி: **31.03.2024**	நேரம்: மு.ப. **09.30** – மு.ப. **11.30**

பொது அறிவுறுத்தல்கள்

- இவ் வினாப்பத்திரமானது பகுதி **A** மற்றும் பகுதி **B** என இரண்டு பகுதிகளைக் கொண்டுள்ளது. பகுதி **A** கட்டாயமானது மற்றும் இது ஐந்து கட்டமைக்கப்பட்ட கட்டுரை வினாக்களைக் கொண்டுள்ளது மற்றும் 100 புள்ளிகளைக் கொண்டுள்ளது.
- பகுதி **B** யானது ஐந்து கட்டுரை வகையான வினாக்களைக் கொண்டுள்ளது அவற்றில் மூன்று வினாக்களுக்கு மட்டும் விடையளிக்கவும். பகுதி **B** இல் உள்ள ஒவ்வொரு வினாவும் 100 புள்ளிகளை கொண்டுள்ளது.
- இவ் வினாத்தாள் 03 பக்கங்களைக் கொண்டுள்ளது.

பகுதி **A**

1. இந்த பகுதியிலுள்ள அனைத்து வினாக்களுக்கும் விடையளிக்குக.

(a) $\frac{dy}{dx} = -\frac{x}{y}$ என்னும் சமன்பாடு ஏகபரிமாணமானதா அல்லது ஏகபரிமாணம் அற்றதா என்பதைத் துணிக.

(b) $y(x) = e^{-3x}$ என்னும் சார்பு வகையீட்டுச் சமன்பாடு $\frac{d^2y}{dx^2} - 2\frac{dy}{dx} - 15y = 0$ இன் ஒரு தீர்வு என்பதை வாய்ப்புப் பார்க்க.

(c) $ye^{2xy} + x + bxe^{2xy}y' = 0$ என்னும் சமன்பாட்டில் b இற்கான பெறுமானத்தைக் காண்க.

(d) $y'' + 2y' + 2y = 3e^{-t} + 2e^{-t}\cos t$ என்னும் இரண்டாம் வரிசை வகையீட்டுச் சமன்பாட்டைக் கருதுக. UC–சார்புகளை அடையாளம் காண்க மற்றும் அதற்குரிய UC–தொடைகளை உருவாக்குக.

(e) m திணிவுடைய ஒரு பந்து ஆரம்ப வேகம் இல்லாமல் விடப்படுகிறது மற்றும் அதன் வேகத்தின் வர்க்கத்திற்கு விகிதசமமான ஒரு வளித்தடையை சந்திக்கிறது. t நேரத்தில் பந்தின் ஆர்முடுகலுக்கான ஒரு கோவையைக் காண்க. v என்பதை வேகமாகவும் மற்றும் g ஐ ஈர்ப்பு விசையாகவும் கருதுக.

பகுதி **B**

இப் பகுதியில் இருந்து மூன்று வினாக்களுக்கு மட்டும் விடையளிக்குக.

2. (a) $\frac{dy}{dt} = f\left(\frac{y}{t}\right)$ என்னும் வகையீட்டுச் சமன்பாட்டினைக் கருதுக.

   (i). பொருத்தமான பிரதியீட்டைப் பயன்படுத்துவதன் மூலம் மேலே உள்ள சமன்பாட்டை $v + t\frac{dv}{dt} = f(v)$ சமவலுச் சமன்பாட்டால் மாற்றுகிறது என்பதைக் காட்டுக.

   (ii). $\frac{dy}{dt} = 2\left(\frac{y}{t}\right) + \left(\frac{y}{t}\right)^2$ என்னும் சமன்பாட்டின் பொதுத் தீர்வைக் காண்க.

   (b) $\frac{dy}{dx} = \frac{x+y+1}{x-y+3}$ என்னும் வகையீட்டுச் சமன்பாட்டினைக் கருதுக.

   (i). $x = X + h$ மற்றும் $y = Y + k$ ஆகிய பிரதியீடுகளைப் பயன்படுத்தி $\frac{dY}{dX}$ இற்கான ஒரு கோவையை உருவாக்குக.

   (ii). h மற்றும் k ஐத் துணிக, இங்கு பகுதி (i) இல் உருவாக்கப்பட்ட சமன்பாட்டை ஒரு மாறி–வேறாக்கத்தகு சமன்பாட்டில் உருவாக்கலாம்.

3. இந்தியப் பெருங்கடலில் வாழும் வாள்மீன்களின் குடும்பம் $\frac{dp(t)}{dt} = 0.003p(t)$ என்னும் குடித்தொகை வளர்ச்சிக்கு கீழ்படிகிறது, இங்கு t நிமிடங்களில் அளவிடப்படுகிறது.

   (i). ஒரு விரும்பத்தகாத உறுப்பு அவர்களின் சுற்றுப்புறத்திற்கு நகர்ந்துள்ளது, இதனால் நிமிடத்திற்கு 0.002 வாள்மீன்கள் வெளியேறுகிறது. இக் காரணியை கணக்கில் எடுத்துக்கொண்டு தரப்பட்டுள்ள குடித்தொகை வளர்ச்சி சமன்பாட்டை மாற்றுக.

   (ii). $t = 0$ நேரத்தில் ஒரு மில்லியன் வாள்மீன்கள் உள்ளன எனக் கருதுக. குடித்தொகை $p(t)$ ஐக் காண்க.

   (iii). பகுதி (i) இல் குறிப்பிடப்பட்டுள்ள சம்பவத்திற்கு மேலதிகமாக, $t = 0$ நேரத்தில் சுறாக்களின் ஒரு குழு இந்த நீரில் நிறுவகிப்பை உருவாக்கி வாள்மீனைத் தாக்கத் தொடங்குகிறது எனக் கருதுக. வாள்மீன்கள் சுறாக்களால் கொல்லப்படும் விகிதம் $0.001p^2(t)$ ஆகும், இங்கு $p(t)$ என்பது t நேரத்தில் வாள்மீன்களின் குடித்தொகை ஆகும். இக் காரணியை கணக்கில் எடுத்துக்கொண்டு பகுதி (i) இல் தரப்பட்ட குடித்தொகை வளர்ச்சி சமன்பாட்டை மாற்றுக. குடித்தொகை $p(t)$ ஐக் காண்க.

4. (a) $(2y + e^t)dt + (2t + \cos y)dy = 0$ என்னும் சமன்பாட்டின் பொதுத் தீர்வைக் காண்க.

   (b) பொருத்தமான ஒரு தொகையீட்டுக் காரணியைப் பயன்படுத்தி $\frac{dy}{dx} = 2xy - x$ ஐ ஒரு செப்பமான சமன்பாடாக மாற்றுக.

   (c) $M(x) + N(y)\frac{dy}{dx} = 0$ என்னும் வடிவத்தின் ஒவ்வொரு வேறாக்கத்தகு சமன்பாடும் செப்பமானது எனக் காட்டுக.

5. (a) $y'' - 2y' - 2y = 0$ என்னும் சமன்பாட்டின் பொதுத் தீர்வைக் காண்க.

(b) $y'' - 2y' - 2y = -2t + 4t^2$ என்னும் சமன்பாட்டின் குறிப்பிட்ட தீர்வைக் காண்க மற்றும் பொதுத் தீர்வை ஊய்த்தறிக.

(c) D – செயலி முறையைப் பயன்படுத்தி, $\frac{d^2y}{dx^2} + 3\frac{dy}{dx} + 4y = e^{2x} + \sin 3x$ என்னும் சமன்பாட்டின் குறிப்பிட்ட தீர்வைக் காண்க.
(உதவி: $\sin x$ இற்கான ஒயிலரின் சூத்திரம்: $\sin x = \frac{e^{ix} - e^{-ix}}{2i}$)

6. (a) ஒரு கோப்பை தேநீரின் வெப்பநிலை நியூற்றனின் குளிருட்டும் விதிக்கு கீழ்ப்படிகிறது எனக் கொள்க. புதிதாக ஊற்றப்படும் போது தேநீரின் வெப்பநிலை 200^0F ஆகவும், 1 நிமிடம் கழித்து 70^0F இல் அறையில் 190^0F க்கு குளிர்ந்திருந்தால், தேநீர் 150^0F வெப்பநிலையை எப்போது அடையும் எனத் தீர்மானிக்க.

(b) $x = 0$ என்பது $8x^2\frac{d^2y}{dx^2} + 10x\frac{dy}{dx} + (x-1)y = 0$ என்னும் வகையீட்டுச் சமன்பாட்டின் ஒரு ஒழுங்கான தனிச்சிறப்பு புள்ளி என்பதைத் துணிக.