314

00136

இலங்கை திறந்த பல்கலைக்கழகம்

தொழில்நுட்பவியல் டிப்ளோமா - அடிப்படை (மட்டம் 2)

இறுதிப்பரீட்சை - 2011 / 2012

MPZ 2311 - பிரயோக கணிதம் II

காலம் : மூன்று மணித்தியாலம்

திகதி : 28 . 02 . 2012 நேரம் : 09 . 30 - 12 . 30

ஆறு வினாக்களுக்கு மட்டும் விடையளிக்குக. கைத்தொலைபேசியினை கணிப்பானாக பாவிக்கமுடியாது.

01) a) மோட்டார் கார் ஒன்று ஓய்விலிருந்து சீரான ஆர்முடுகல் $3f$ உடன் புறப்பட ஆரம்பிக்கின்றது. குறிப்பிட்ட நேரத்தின் பின்பு ஆர்முடுகலானது நிறுத்தப்பட்டு சீரான அமர்முடுகல் $4f$ இனை அது ஓய்விற்கு வரும்வரை அனுபவிக்கின்றது. அது பயணித்த மொத்த தூரம் d உம் அதற்கு எடுத்த மொத்த நேரம் T உம் எனின் வேக-நேர வரைபு வரைவதன் மூலம் மோட்டார் காருடைய அதியுயர் வேகத்தினை f, T உறுப்புகளால் காண்க.

$$d = \frac{6fT^2}{7}$$ எனக் காட்டுக.

b) 60 km/h எனும் முழு வேகத்தைக் கொண்ட படகு X ஆனது கப்பல் Y இனுடைய மேற்கு நோக்கிய திசையில் 20 km தூரத்தில் நிலைப்படுத்தப்பட்டுள்ளது. கப்பல் Y ஆனது சீரான வேகம் 20 km/h உடன் வடக்கு நோக்கி பயணித்துக்கொண்டிருக்கிறது. படகு X ஆனது மிகவிரைவில் கப்பல் Y இனை இடைவெட்டிச் செல்வதற்கு அதனது முழுவேகத்தையும் பாவித்து அதற்கேற்ற திசையினைத் தெரிவு செய்கிறது. X இனுடைய திசையினைக் காண்க.

X ஆனது Y இனை அண்மித்திருக்கக் கூடிய நேரத்தினை கணித்து கிட்டிய நிமிடத்தில் தருக.

(02) a) திணிவு nm இனைக்கொண்டதும் கிடைக்கு 30° சாய்வினைக் கொண்ட ஒப்பமான முகப்பினைக் கொண்டதுமான ஆப்பொன்றின் மேற்பரப்பில் $3m$ திணிவினைக் கொண்ட துணிக்கையொன்று கீழ்நோக்கி வழுக்கவிடப்படுகிறது. ஆப்பானது ஒப்பமான கிடை மேசையொன்றின்மேல் சுயாதீனமாக அசையக்கூடியது. ஆப்பினுடைய ஆர்முடுகல் $\left(\frac{3\sqrt{3}g}{4n+3}\right)$ எனக்காட்டுக.

துணிக்கைக்கும் ஆப்பிற்குமிடையேயான மறுதாக்கத்தினை (R) யும் மேசைக்கும் ஆப்பிற்குமிடையேயான மறுதாக்கத்தினை (S) யும் காண்க.

ஆப்பானது நிலைப்படுத்தப்பட்டிருந்தால் R இற்கான பெறுமானத்தினை உய்த்தறிக.

b) புள்ளி O இலிருந்து துணிக்கையொன்று வேகம் $10\ ms^{-1}$ உடன் ஏற்றக்கோணம் $\sin^{-1} 3/5$ இல் எறியப்படுகிறது. அது கிடைத் தளத்தினை O இனூடாக உள்ள புள்ளி A இல் அடிக்கிறது. OA இனுடைய தூரத்தினை காண்க.

இன்னொரு துணிக்கையொன்று புள்ளி O இலிருந்து அதே ஏற்றக்கோணத்துடன் A இற்கு $6\ m$ உயரத்தில் உள்ள ஒரு இலக்கினை அடிக்குமாறு எறியப்பட்டால் எறிய வேகமானது $10\sqrt{6}\ ms^{-1}$ எனக் காட்டுக. (இங்கு $g = 10\ ms^{-2}$)

(03) a) திணிவு m இனைக் கொண்ட ஒப்பமான கோளமொன்று ஓய்விலுள்ள திணிவு m' இனைக் கொண்ட அதேயொத்த கோளத்தினை நேரடியாக வேகம் u உடன் மோதுகின்றது. இவையிரண்டும் ஒப்பமான கிடை மேசையொன்றின் மேல் கிடக்கின்றன. இந்த மோதலின் போது இயக்க சக்தியின் அரைவாசி இழக்கப்பட்டிருப்பின் $m = m'(1-2e^2)$ என நிறுவுக. இங்கு e என்பது இரு கோளங்களிற்கிடையான மீளமைவுக்குணகம் ஆகும். $e < \frac{1}{\sqrt{2}}$ என்பதை உய்த்தறிக.

b) மொத்த திணிவு 600 மெட்ரிக்தொன்னினைக் கொண்ட புகையிரத வண்டியொன்று நேரான மட்டமான ஓடுபாதையின்மேல் மாறாத வேகம் 72 km/h உடன் பயணித்துக் கொண்டிருக்கிறது. இயக்கத்திற்கான மொத்த தடையானது ஒரு மெட்ரிக்தொன்னுக்கு 60 நியூட்டன் ஆக இருக்கிறது. எஞ்சினுடைய வலுவினைக் காண்க.

பின்னர் 90 மெட்ரிக்தொன் திணிவினைக் கொண்ட பெட்டியொன்று கழட்டி விடப்படுகிறது. ஆனால் அதன்பின்னரும் புகையிரதவண்டியின் எஞ்சினின் இழுவை விசையில் மாற்றம் எதுவும் ஏற்படவில்லை. கழட்டி விடப்பட்ட பெட்டியானது அதனது தடையாலேயே அமர்முடுகியது எனக் கொள்க.

(i) கழட்டி விடப்பட்ட பெட்டிப்பகுதியின் அமர்முடுகல்

(ii) கழட்டி விடப்பட்ட பெட்டியானது ஓய்விற்கு வருமுன்னர் அசைந்த தூரம் என்பவற்றை காண்க.

4) a) ஒரு கரடான கிடைத்தட்டு ஒன்று நிலையான நிலைக்குத்து அச்சுப்பற்றி மாறாத கோண வேகம் ω உடன் சுழல்கிறது. m திணிவுடைய துணிக்கையொன்று தட்டின்மேல் அதனுடைய அச்சிலிருந்து $3a/2$ தூரத்தில் கிடக்கிறது. துணிக்கைக்கும் தட்டிற்கும் இடையேயான உராய்வுக்குணகம் $2/5$, அத்துடன் தட்டு சார்பாக துணிக்கையானது ஓய்விலேயே இருப்பின் $\omega^2 \leq \frac{4g}{15a}$ எனக் காட்டுக.

b) துணிக்கையொன்று புள்ளிகள் A, B இற்கிடையில் பயணித்துக் கொண்டு எளிமை இசை இயக்கம் ஒன்றை ஆற்றிக் கொண்டிருக்கிறது. AB இனுடைய தூரம் 8 m ஆகவும் துணிக்கையுடைய அதியுயர் ஆர்முடுகல் $12\,ms^{-2}$ ஆகவும் இருப்பின்

(i) A இலிருந்து 2 m தூரத்தினை பயணம் செய்ய

(ii) A இலிருந்து AB இன் நடுப்புள்ளி O இற்கு பயணம் செய்ய

(iii) AO இனுடைய நடுப்புள்ளியிலிருந்து OB இனுடைய நடுப்புள்ளிக்கு பயணம் செய்ய எடுத்த நேரத்தினை காண்க.

(05) a) விசைகள் (3,0), (0,4), (2,0), (0,5), (X_0, Y_0) என்பன முறையே புள்ளிகள் (0,0), (3,0), (3,4), (0,4), (a,0) இல் தொழிற்படுகின்றன. புள்ளிகள் (0,0), (3,0), (3,4) என்பன பற்றி மணிக்கூட்டுத் திசைக்கு எதிரான திசைத் திருப்பங்கள் முறையே M_1, M_2, M_3 ஆகும்.

X_0, Y_0 என்பவற்றின் பெறுமானங்களை M_1, M_2, M_3 எனும் உறுப்புக்களால் காண்க.

(i) $M_1 - M_2 = 27$ எனின் Y_0 இனுடைய பெறுமானத்தைக் காண்க.

(ii) $M_3 - M_2 = 20$ எனின் X_0 இனுடைய பெறுமானத்தைக் காண்க.

b) m திணிவுடைய சீரான கோல் PQ ஆனது அதனது P முடிவிடம் பிணைச்சல் ஒன்றில் பொருத்தப்பட்டு PQ ஆனது கீழ்நோக்கிய நிலைக்குத்துடன் $\theta = \sin^{-1}(3/5)$ ஆகுமாறு, Q இல் இணைக்கப்பட்ட இழையொன்று பிணைச்சல் P இற்கு மேலாக உள்ள புள்ளி L இற்கு LP = PQ ஆகுமாறு இணைக்கப்பட்டு கோல் தாங்கப்படுகிறது.

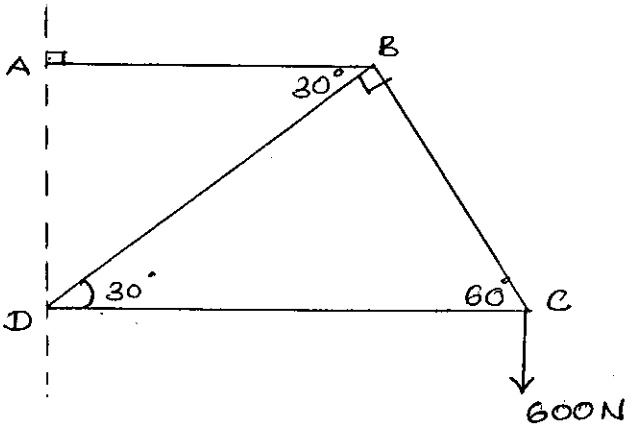
பிணைச்சலில் மறுதாக்கத்தினுடைய திசையையும் பருமனையும் காண்க.

(06) a) W திணிவுடைய சீரான கோல் AB ஆனது முடிவிடம் A கிடைத் தரையிலும் முடிவிடம் B நிலைக்குத்து சுவரிற்கு எதிராகவும் உள்ளவாறு எல்லைச் சமநிலையில் இருக்கிறது. நிலைக்குத்துத் தளமானது AB இனை சுவரிற்கு செங்குத்தாக கொண்டுள்ளது. கோலிற்கும் தரைக்குமிடையிலான உராய்வுக்குணகம் 3/7 உம் கோலிற்கும் சுவரிற்குமிடையிலான உராய்வுக்குணகம் 3/4 உம் ஆகும். AB இனுடைய சாய்வு கிடைக்கு α கோணம் எனத் தரப்பட்டுள்ளது.

(i) A, B இல் செவ்வன் மறுதாக்கத்தினைக் கணிக்க.

(ii) $\tan\alpha$ இனுடைய பெறுமானம் காண்க.

b) பின்வரும் சட்டப்படலானது AB, BD, DC, CB எனும் நான்கு இலேசான கோல்களைக் கொண்டு B, C, D இலும் நிலைக்குத்து சுவரில் A, D இலும் சுயாதீனமாக மூட்டப்பட்டுள்ளன. 600 N நிறையொன்று C இலிருந்து தொங்கவிடப்பட்டுள்ளது. A, D இல் மறுதாக்கங்களை காண்க. வரைபட முறையிலும் எல்லா கோல்களிலுமுள்ள தகைப்புக்களை காண்க.



(07) ஆரை r இனையும் சாய்வான உயரம் 2r இனையும் கொண்ட மூடிய செவ்வட்டக் கூம்பு வடிவிலான பொள் பாத்திரம் ஒன்று சீரான மெல்லிய உலோகத்தாளிலிருந்து வடிவமைக்கப்படுகிறது. இதனுடைய புவியீர்ப்பு மையமானது அதனது உச்சியிலிருந்து $\frac{7}{3\sqrt{3}}r$ தூரத்தில் இருக்கும் எனக்காட்டுக.

ஆரை $a\ (<r)$ இனைக்கொண்ட மையவகர்ச்சியுடைய வட்டவடிவ பகுதியொன்று அதனது அடிப்பகுதியில் இருந்து நீக்கப்பட்டால் புதிய புவியீர்ப்பு மையமானது உச்சியில் இருந்து $\frac{10\sqrt{3}}{13}r$ ஆக கிடைக்கிறது. a இனுடைய பெறுமானம் காண்க.

{ h உயரமுடைய சீரான பொள் செவ்வட்ட கூம்பொன்றினுடைய புவியீர்ப்பு மையமானது அதனது அச்சில், உச்சியிலிருந்து $\frac{2}{3}h$ தூரத்தில் இருக்கும் என எடுத்துக்கொள்ள முடியும் }

(08) a) $P(A) = 0.2$, $P(A' \cap B) = 0.22$, $P(A \cap B) = 0.18$

இவ்வாறு A, B என்பன இரு நிகழ்ச்சிகளாகும்.

(i) $P(A \cap B')$

(ii) $P(A|B)$ இனைக் காண்க.

b) குறிக்கப்பட்ட ஒரு காலைப்பொழுதில் மழை பெய்யும் என்பதற்கான நிகழ்தகவு $1/4$ ஆக இருக்கிறது. மழை பெய்தால் திரு X என்பவர் தனது புகையிரதத்தை தவறவிடுவதற்கான நிகழ்தகவு $2/3$ ஆக இருக்கிறது. மழை பெய்யாது விட்டால் திரு X என்பவர் தனது புகையிரதத்தை பிடிப்பதற்கான நிகழ்தகவு $5/6$ ஆக இருக்கிறது.

அவர் தனது புகையிரதத்தினை பிடித்தால் அவரது வேலைக்கு விரைவாக/முன்னர் செல்வதற்கான நிகழ்தகவு $4/5$ ஆகும். அவர் தனது புகையிரதத்தினை தவறவிட்டால் அவரது வேலைக்கு பிந்தி/தாமதமாக செல்வதற்கான நிகழ்தகவு $3/5$ ஆகும். தரப்பட்ட தகவல்களை குறித்து காட்டுவதற்கு மரவரிப்படம் ஒன்று வரைக.

அத்தரப்பட்ட காலைப்பொழுதில் பின்வருவனவற்றிற்கு நிகழ்தகவுகளை காண்க.

(i) மழை பெய்து அத்துடன் திரு X என்பவர் வேலைக்கு தாமதமாக செல்கிறார்

(ii) மழை பெய்யாது அத்துடன் X என்பவர் வேலைக்கு முன்னதாக செல்கிறார்

(09) 100 மாணவர்கள் அவர்களது நுண்ணறிவுத்திறனை தீர்மானிப்பதற்காக பரீட்சிக்கப்பட்டு தரவுகள் கீழே தரப்பட்டுள்ளன.

நுண்ணறிவு	0 – 20	20 – 40	40 – 60	60 – 80	80 – 100
f	4	20	52	16	8

எல்லா நுண்ணறிவு திறமைகளும் கிட்டிய முழுஎண்ணில் தரப்பட்டுள்ளன. ஆகாரம், இடையம், நியம விலகல் என்பவற்றை காண்க.

— பதிப்புரிமை உடையது —