00241

The Open University of Sri Lanka

B.Sc/B.Ed. DEGREE, CONTINUING EDUCATION PROGRAMME

Open Book Test 2017/2018

Level 03 Pure Mathematics

PEU3202- Vector Spaces

Duration: - One Hour

Date: - 30-12-2018 **Time: 10.30 a.m. – 11.30 a.m.**

Answer all questions

1.

(a) Let $M = \left\{ \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \middle| a, b, c, d \in \mathbb{R} \right\}$. For every $\begin{bmatrix} a_1 & b_1 \\ c_1 & d_1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} a_2 & b_2 \\ c_2 & d_2 \end{bmatrix} \in M$,

define $\begin{bmatrix} a_1 & b_1 \\ c_1 & d_1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a_2 & b_2 \\ c_2 & d_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1 + 2a_2 & b_1 + b_2 \\ c_1 + c_2 & d_1 + d_2 \end{bmatrix}$ and $c \begin{bmatrix} a_1 & b_1 \\ c_1 & d_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ca_1 & cb_1 \\ cc_1 & cd_1 \end{bmatrix}$

for $c \in \mathbb{R}$ where $\mathbb{R}$ is the real number field. Is M a vector space over the field of real numbers under these operations? Justify your answer.

(b) Let $P_2 = \{$ *all polinomials of degree* 2 *over* $\mathbb{R}\}$.

Is P_2 a vector space over the field of real numbers under usual addition and multiplication of polynomials? Justify your answer.

(c) Determine whether the set $A = \{(a, a^2) \mid a \in \mathbb{R}\}$ is a subspace of the vector space $\mathbb{R}^2$ over the field $\mathbb{R}$ under usual addition and scalar multiplication of vector space$\mathbb{R}^2$.

2.

(a) Let $S = \{P_1 = 1 - x, P_2 = 5 + 3x, P_3 = 1 + 3x\}$ be a sub set of the vector space of all polynomials of degree at most 1 over $\mathbb{R}$. Is S linearly independent over the field $\mathbb{R}$? Justify your answer.

(b) Let $M = \{ \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} | a, b, c, d \in \mathbb{R} \}$. Note that M is a vector space over the field $\mathbb{R}$ under the usual matrix addition and scalar multiplication.

Let the mapping $T : M \to M$ be defined by $T(\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}) = \begin{bmatrix} a + b & b \\ c & c + d \end{bmatrix}$.

(i) Show that T is a linear transformation,

(ii) Find the kernel of T.

ශ්‍රී ලංකා විවෘත විශ්වවිද්‍යාලය
විද්‍යාවේදී/ අධ්‍යාපනවේදී උපාධි පාඨමාලාව
විවෘත පොත් පරීක්ෂණය - 2016/2017
ශුද්ධ ගණිතය - තුන්වන මට්ටම
PEU3202 – දෛශික අවකාශ
කාලය පැය එකයි.

දිනය : -30-12-2018 වේලාව : -පෙ.ව.10.30 – පෙ.ව. 11.30 දක්වා

සියලුම ප්‍රශ්න වලට පිළිතුරු සපයන්න.

1.

(a) $M = \left\{ \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \middle| a, b, c, d \in \mathbb{R} \right\}$ යයි ගනිමු . සියලුම $\begin{bmatrix} a_1 & b_1 \\ c_1 & d_1 \end{bmatrix}$, $\begin{bmatrix} a_2 & b_2 \\ c_2 & d_2 \end{bmatrix} \in M$ සඳහා , සියලුම $c \in \mathbb{R}$ සඳහා $\begin{bmatrix} a_1 & b_1 \\ c_1 & d_1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a_2 & b_2 \\ c_2 & d_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1 + 2a_2 & b_1 + b_2 \\ c_1 + c_2 & d_1 + d_2 \end{bmatrix}$ සහ $c \begin{bmatrix} a_1 & b_1 \\ c_1 & d_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ca_1 & cb_1 \\ cc_1 & cd_1 \end{bmatrix}$ ලෙස අර්ථ දක්වනු ලැබේ. මෙහි $\mathbb{R}$ යනු තාත්වික සංඛ්‍යා ක්ෂේත්‍රය වේ. M යනු $\mathbb{R}$ ක්ෂේත්‍රය මත වූ දෛශික අවකාශයක් ද? ඔබේ පිළිතුර සනාථ කරන්න.

(b) P_2 = { $\mathbb{R}$ මත වූ මාත්‍රය 2 වූ සියලුම බහුපද } යයි ගනිමු. සුපුරුදු බහුපද එකතුව සහ ගුණිතය යටතේ P_2 යනු $\mathbb{R}$ ක්ෂේත්‍රය මත වූ දෛශික අවකාශයක් ද? ඔබේ පිළිතුර සනාථ කරන්න.

(c) $A = \{(a, a^2) \mid a \in \mathbb{R}\}$ යයි ගනිමු . සුපුරුදු එකතුව සහ අදිශ ගුණිතය යටතේ A යනු $\mathbb{R}$ ක්ෂේත්‍රය මත වූ $\mathbb{R}^2$ දෛශික අවකාශයෙහි උප අවකාශයක වේදැයි සොයන්න.

2.

(a) $S = \{P_1 = 1 - x, P_2 = 5 + 3x, P_3 = 1 + 3x\}$ යනු $\mathbb{R}$ මත වූ උපරිම මාත්‍රය එකවූ සියලුම බහුපද දෛශික අවකාශයෙහි උප කුලකයකි. S කුලකය $\mathbb{R}$ ක්ෂේත්‍රය මත ඒකජ ස්වායත්තද? ඔබේ පිළිතුර සනාථ කරන්න.

(b) $M = \{ \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \mid a, b, c, d \in \mathbb{R} \}$ ලෙස ගනිමු. සුපුරුදු න්‍යාස එකතුව සහ අදිශ ගුණිතය යටතේ M යනු $\mathbb{R}$ ක්ෂේත්‍රය මත වූ දෛශික අවකාශයක් වේ.

$T : M \rightarrow M$ යන්න $T(\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}) = \begin{bmatrix} a + b & b \\ c & c + d \end{bmatrix}$ මගින් අර්ථ දක්වනු ලැබේ.

(iii) T ඒකජ පරිනාමණයක් බව පෙන්වන්න.

(ii) T හි මදය සොයන්න.