

ශ්‍රී ලංකා විවෘත විශ්වවිද්‍යාලය

විද්‍යාවේදී/ අධ්‍යාපනවේදී උපාධි පාඨමාලාව

CAT2 - Online Test 2021/2022

ගුද්ධ ගණිතය - තුන්වන මට්ටම

PEU3202- දෛශික අවකාශ

කාලය පැය එකයි.

දිනය : - 29-01-2023

වේලාව : 6.30 a.m. -7.30 a.m.

සියලුම ප්‍රශ්න වලට පිළිතුරු සපයන්න.

1.

- (a) $M = \left\{ \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \mid a, b, c, d \in \mathbb{R} \right\}$ ලෙස ගනිමු. M යනු සුපුරුදු න්‍යාස එකතුව සහ අදිශ ගුණිතය යටතේ $\mathbb{R}$ ක්ෂේත්‍රය මත වූ දෛශික අවකාශයකි. $T : M \rightarrow M$ යනු

$$T\left(\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} a-b & b \\ c-d & c \end{bmatrix} \text{ මගින් අර්ථ දක්වනු ලැබේ. }$$

(i) T ඒකජ පරිණාමණයක් බව පෙන්වන්න.

(ii) පහත දැක්වෙන කුලක අතරින් කවරක් T යටතේ $\mathbb{R}$ ක්ෂේත්‍රය මත වූ M දෛශික අවකාශයේ අවිචලක උප අවකාශයක් වේද යන්න සොයන්න.

I. $W = \left\{ \begin{bmatrix} a & b \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \mid a, b \in \mathbb{R} \right\}$

II. $W = \left\{ \begin{bmatrix} a & 0 \\ b & 0 \end{bmatrix} \mid a, b \in \mathbb{R} \right\}$

(b)

(i) අන්තර් ගුණිත අවකාශය අර්ථ දක්වන්න.

(ii) V යනු F ක්ෂේත්‍රය මත අන්තර් ගුණිත අවකාශයකි. $x_1, x_2, y_1, y_2 \in V$ සහ $a, b \in F$ සඳහා $\langle ax_1 + bx_2, y_1 + y_2 \rangle = a \langle x_1, y_1 \rangle + a \langle x_1, y_2 \rangle + b \langle x_2, y_1 \rangle + b \langle x_2, y_2 \rangle$ බව සාධනය කරන්න.

(iii) $u = (x_1, x_2, x_3), v = (y_1, y_2, y_3)$ ලෙස ගනිමු ; $u, v \in \mathbb{R}^3$ වේ.

$\langle u, v \rangle = x_1^2 y_1^2 + x_2^2 y_2^2 + x_3^2 y_3^2$ මගින් අර්ථ දක්වනු ලැබේ. $\langle u, v \rangle$ යනු $\mathbb{R}^3$ මත අන්තර් ගුණිත අවකාශයක්ද? ඔබේ පිළිතුර සනාථ කරන්න.

2.

$\underline{u}$ සහ $\underline{v}$ යනු යුක්ලීඩීය දෛශික අවකාශයෙහි අවකාශයෙහි දෛශික දෙකකි.

- (i) $\|\underline{u} + \underline{v}\| \leq \|\underline{u}\| + \|\underline{v}\|$ බව සාධනය කරන්න.
 - (ii) $\underline{u}$ සහ $\underline{v}$ අතර කෝණය නිර්වචනය කරන්න.
 - (iii) E^3 යන සුපුරුදු යුක්ලීඩීය දෛශික අවකාශයෙහි දෛශික $(2,2,2)$ සහ $(0,1,1)$ අතර කෝණය සොයන්න.
- (b) $u_1 = (2,2,2)$, $u_2 = (0,1,1)$ සහ $u_3 = (0,0,1)$ යන දෛශික E^3 සුපුරුදු යුක්ලීඩීය දෛශික අවකාශයෙහි පදනමක් බව පෙන්වන්න. Gram-Schmidt ක්‍රියාවලිය මගින් $\{u_1, u_2, u_3\}$, E^3 හි ප්‍රමුඛ පදනමක් බවට පරිණාමනය කරන්න.

இலங்கை திறந்த பல்கலைக்கழகம்

விஞ்ஞான இளமாணி/ கல்வி இளமாணி பட்டப்படிப்பு, தொடர் கல்வி கற்கைநெறி

CAT2 – இணையவழி பரீட்சை 2021/2022

மட்டம் 03 தூய கணிதம்

PEU3202 – காவி வெளிகள்

காலம்: - ஒரு மணித்தியாலம்

திகதி: - 29-01-2023

Time: 6.30 a.m. -7.30 a.m.

அனைத்து வினாக்களுக்கும் விடையளிக்குக

1.

(a) $M = \left\{ \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \mid a, b, c, d \in \mathbb{R} \right\}$ என்க. வழமையான தாயக் கூட்டல் மற்றும் எண்ணி பெருக்கத்துக்கு அமைவாக புலம் $\mathbb{R}$ இன் மேல் M ஒரு காவி வெளி என்பது குறிப்பிடத்தக்கது.

$T : M \rightarrow M$ என்னும் படமாக்கமானது $T\left(\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} a-b & b \\ c-d & c \end{bmatrix}$ இனால் வரையறுக்கப்படுகிறது என்க.

(i) T ஒரு ஏகபரிமாண உருமாற்றம் எனக் காட்டுக.

(ii) பின்வரும் தொடைகள் புலம் $\mathbb{R}$ இன் மேல் T இன் கீழ் காவிவெளி M இல் மாற்றமில் உபவெளிகளா எனத் துணிக.

I. $W = \left\{ \begin{bmatrix} a & b \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \mid a, b \in \mathbb{R} \right\}$

II. $W = \left\{ \begin{bmatrix} a & 0 \\ b & 0 \end{bmatrix} \mid a, b \in \mathbb{R} \right\}$

(b)

(i) உட்பெருக்க வெளி ஒன்றை வரையறுக்க.

(ii) F என்னும் ஒரு புலத்தின் மேல் V என்பது ஒரு உட்பெருக்க வெளி என்க.

$x_1, x_2, y_1, y_2 \in V$ மற்றும் $a, b \in F$ இற்கு

$$\langle ax_1 + bx_2, y_1 + y_2 \rangle = a \langle x_1, y_1 \rangle + a \langle x_1, y_2 \rangle + b \langle x_2, y_1 \rangle + b \langle x_2, y_2 \rangle$$

என நிறுவுக.

(iii) $u = (x_1, x_2, x_3), v = (y_1, y_2, y_3)$ என்க, இங்கு $u, v \in \mathbb{R}^3$ ஆகும்.

$\langle u, v \rangle = x_1^2 y_1^2 + x_2^2 y_2^2 + x_3^2 y_3^2$ என வரையறுக்கப்படுகிறது. $\langle u, v \rangle$ என்பது $\mathbb{R}^3$ இன் ஒரு உட்பெருக்கமா? உமது விடையை நியாயப்படுத்துக.

2.

(a) u மற்றும் v என்பன ஊக்கிட்டு வெளியொன்றிலுள்ள யாதாயினும் இரண்டு காவிகள் என்க.

(i) $\|u + v\| \leq \|u\| + \|v\|$ என நிறுவுக.

- (ii) u மற்றும் v என்பவற்றிக்கு இடையிலான கோணத்தை வரையறுக்க.
- (iii) வழமையான ஊக்கிட்டு மூவெளி E^3 இல் காவிகள் $(2,2,2)$ மற்றும் $(0,1,1)$ என்பவற்றிக்கு இடையிலான கோணத்தைக் காண்க.
- (c) $u_1 = (2,2,2)$, $u_2 = (0,1,1)$ மற்றும் $u_3 = (0,0,1)$ என்பன வழமையான ஊக்கிட்டு மூவெளி E^3 இற்கான ஒரு அடிமூலத்தை உருவாக்கும் எனக் காட்டுக. கிராம்சிமிற்றர் செயற்பாட்டை பயன்படுத்தி $\{u_1, u_2, u_3\}$ இதிலிருந்து E^3 இற்கான நிமிர்செவ்வனடி மூலம் ஒன்றை அமைக்க.