

The Open University of Sri Lanka

B.Sc/B.Ed. DEGREE, CONTINUING EDUCATION PROGRAMME

No Book Test 2017/2018

Level 03 Pure Mathematics

PEU3202- Vector Spaces



Duration: - One Hour

Date: - 25-01-2019

Time: 4.15 p.m. – 5.15 p.m.

Answer all questions

1.

- (a) Let $V = \mathbb{R}^3$. Note that V is a vector space over \mathbb{R} under the usual addition and scalar multiplication.

Let the mapping $T : V \rightarrow V$ be defined by $T(a, b, c) = (c, b, a)$.

Determine whether the following sets are invariant subspaces of the vector space V over the field \mathbb{R} under T .

- (i) $U = \{(a, 0, 0) \mid a \in \mathbb{R}\}$
 (ii) $W = \{(0, a, 0) \mid a \in \mathbb{R}\}$

- (b) Let V be the vector space of all continuous functions $f : [0, a] \rightarrow \mathbb{R}$ where $a > 1$. For arbitrary $p, q \in V$ define $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(x)q(x)dx$. Show that V is an inner product space.

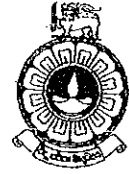
2.

- (a) Let u and v be any two vectors of a Euclidian Space.

- (i) Define the angle between u and v
 (ii) Prove that $\|u + v\| \leq \|u\| + \|v\|$

- (b) Show that the three vectors $u_1 = (1, 1, 1)$, $u_2 = (0, 1, 1)$ and $u_3 = (0, 0, 1)$ form a basis for E^3 , the usual Euclidean three space. Construct an orthonormal basis for E^3 out of $\{u_1, u_2, u_3\}$ using the Gram-Schmidt process.

ශ්‍රී ලංකා විවෘත විශ්වවිද්‍යාලය
විද්‍යාවේදී/ අධ්‍යාපනවේදී උපාධි පාඨමාලාව
සංචාලන පොත් පරීක්ෂණය - 2017/2018
ගුද්ධ ගණිතය - තුන්වන මට්ටම
PEU3202 – දෛශික අවකාශ
කාලය පැය එකයි.



දිනය : -25-01-2019

වේලාව : -ප.ව.4.15-ප.ව. 5.15 දක්වා

සියලුම ප්‍රශ්න වලට පිළිතුරු සපයන්න.

1.

- (a) $V = \mathbb{R}^3$ යයි ගනිමු. සුපුරුදු න්‍යාස එකතුව සහ අදිශ ගුණිතය යටතේ V යනු \mathbb{R} ක්ෂේත්‍රය මත වූ දෛශික අවකාශයක් වේ.

$T : V \rightarrow V$ යන්න $T(a, b, c) = (c, b, a)$ මගින් අර්ථ දක්වනු ලැබේ.

පහත දැක්වෙන කුලක අතරින් කවරක් T යටතේ \mathbb{R} ක්ෂේත්‍රය මත වූ V දෛශික අවකාශයෙහි අවිචලක උප අවකාශයන් වේදැයි සොයන්න.

(iii) $U = \{(a, 0, 0) \mid a \in \mathbb{R}\}$

(iv) $W = \{(0, a, 0) \mid a \in \mathbb{R}\}$

- (b) V යන සියලුම සන්තතික ශ්‍රිත $f : [0, a] \rightarrow \mathbb{R}$; $a > 1$ වලින් සමන්විත දෛශික අවකාශය වේ.

ඕනෑම $p, q \in V$ සඳහා $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(x)q(x)dx$ ලෙස අර්ථ දක්වනු ලැබේ. V යනු අන්ත:ගුණිත අවකාශයක් බව පෙන්වන්න. .

2.

- (a) u සහ v යන යුක්ලීඩිය අවකාශයෙහි ඕනෑම දෛශික දෙකකි.

(i) u සහ v දෛශික අතර කෝණය අර්ථ දක්වන්න

(ii) $\|u + v\| \leq \|u\| + \|v\|$ බව සාධනය කරන්න.

- (b) $u_1 = (1, 1, 1)$, $u_2 = (0, 1, 1)$ සහ $u_3 = (0, 0, 1)$ යන දෛශික සුපුරුදු යුක්ලීඩිය දෛශික අවකාශයෙහි

පදනමක් බව පෙන්වන්න. the Gram-Schmidt ප්‍රාභිලම්භ ක්‍රියාවලිය මගින් $\{u_1, u_2, u_3\}$, E^3 හි

ප්‍රාභිලම්භ පදනමක් බවට පරිණාමණය කරන්න.