

ශ්‍රී ලංකා විවෘත විශ්වවිද්‍යාලය

ඉංජිනේරු තාක්ෂණ ඩිප්ලෝමා පාඨමාලාව - මට්ටම 01

අවසාන පරීක්ෂණය - 2005



ශුද්ධ ගණිතය II - MPF 1301

කාලය - පැය 03 යි.

දිනය - 2006.03.16

වේලාව - පැය 09.30 සිට 12.30 දක්වා

A, B හා C කොටසකින් අඩුම වශයෙන් එක් ප්‍රශ්නයක්වත් තෝරා ගනිමින් ප්‍රශ්න 6 කට පිළිතුරු සපයන්න. Non Programmable ගණක යන්ත්‍ර භාවිතා කළ හැක. ගණක යන්ත්‍ර සඳහා ජංගම දුරකථන භාවිතා කිරීමට ඉඩ දෙනු නොලැබේ.

A - කොටස

01. (a) U_r යනු $\frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \frac{1}{3.4} + \frac{1}{4.5} + \dots$ ශ්‍රේණියේ r වැනි පදයයි. U_r සඳහා ප්‍රකාශණයක් ලබා ගන්න.

$f(r) = \frac{1}{r}$ යැයි දී තිබේ.

$U_r = f(r) - f(r+1)$ බව පෙන්වන්න.

එනමින් $\sum_{r=1}^n U_r$ සොයන්න.

$\sum_{r=1}^{\infty} U_r = 1$ බව අපෝහනය කරන්න.

(b) $x^2 - xy = 6$
 $y^2 - xy = 10$ සමීකරණ විසඳන්න.

02. (a) p, q, r තාත්විකද, $p \neq q \neq r$ හා a, b, c යනු ධන ද $a \neq b \neq c$ ද වූ විට පහත සඳහන් අසමානතා සාධනය කරන්න.

(a) $p^2 + q^2 > 2pq$

(b) $\frac{a+b}{2} > \sqrt{ab}$

(c) $p^2 + q^2 + r^2 > pq + qr + rp$

(d) $p^3 + q^3 + r^3 > 3pqr$

(e) $\frac{a+b+c}{3} > \sqrt[3]{abc}$

(f) $\frac{1}{3} \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \right) > \sqrt[3]{\frac{1}{abc}}$

(g) $(a+b+c) \left[\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \right] > 9$

03. (a) (i) $f(x) = -x^2 + 2x + 3$
 (ii) $g(x) = x^2 + x + 1$
 (iii) $h(x) = x^2 + 4x + 4$
 (iv) $k(x) = x^2 - 4x - 5$ යැයි ගනිමු.

ඉහත ශ්‍රිත $a[x + \lambda]^2 \pm \mu^2$ ආකාරයට ප්‍රකාශ කරන්න.
 මෙහි a, λ හා μ නිර්ණය කළයුතු නියත වේ.

- (b) ඒකයින්, $y = f(x)$, $y = g(x)$, $y = h(x)$ හා $y = k(x)$ ශ්‍රිතවල දළ ප්‍රස්ථාර අඳින්න.

ශ්‍රිතවල උපරිම/අවම අගයන්, ශ්‍රිතවල ප්‍රස්ථාරයන්ගේ සමමිතික අක්ෂයන්, හා $f(x) = 0$, $g(x) = 0$, $h(x) = 0$ හා $k(x) = 0$ වන x හි අගයන් ප්‍රස්ථාරවල පැහැදිලිව දක්වන්න.

B - කොටස

04. (a) පහත සර්වසාම්‍යයන් සාධනය කරන්න.

(i) $(1 - \cos A)(1 + \sec A) \equiv \sin A \tan A$

(ii) $(\operatorname{cosec} A - \sin A)(\sec A - \cos A) \equiv \cos A \sin A$

(iii) $(\sec^2 \theta + \tan^2 \theta)(\operatorname{cosec}^2 \theta + \cot^2 \theta) \equiv 1 + 2 \sec^2 \theta \operatorname{cosec}^2 \theta$

(iv) $\frac{\tan^2 A + \cos^2 A}{\sin A + \sec A} \equiv \sec A - \sin A$

- (b) PQR ත්‍රිකෝණයේ X යනු QR පාදයේ මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය වේ. XA හා XB යනු පිළිවෙලින් PQ හා PR පාදවලට ඇඳි ලම්භකයන් වේ. $PQ = PR$ නම් $AX = XB$ බව පෙන්වන්න.

05. (a) පහත සමීකරණවල සාධාරණ විසඳුම් සොයන්න.

(i) $\cot 2\theta = \tan \theta$

(ii) $\tan 3\theta = \sqrt{3}$

(iii) $2 \cos^2 x - \sqrt{3} \sin x + 1 = 0$

(iv) $\sin 5x = \cos 2x$

- (b) $(0, 2\pi)$ rad පරාසය තුළ x වැඩිවන විට

$y = f(x) = \sin x - \cos x - 1$ ශ්‍රිතයේ දළ ප්‍රස්ථාරය අඳින්න.

ප්‍රස්ථාරයේ පැහැදිලිව $f(x)$ හි වැඩිතම හා අඩුතම අගයන් දක්වන්න.

$f(x) = 0$ වන x අගයන් සොයන්න.

06. (a) ත්‍රිකෝණයක් සඳහා සාමාන්‍ය අංකනය යෙදීමෙන් ABC සුළුකෝණී ත්‍රිකෝණයක් සඳහා

$$(i) a = b \cos C + c \cos B \quad (ii) \frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

බව සාධනය කරන්න.

$$(ii) \text{ කොටසේ ප්‍රතිඵලයෙන්, } \frac{a^2 - b^2}{c^2} = \frac{\sin(A+B)}{\sin(A+B)} \text{ බව අපෝහනය කරන්න.}$$

- (b) රොම්බසයක පාදයක් $5x + 7y = 1$ රේඛාව මස්සේ පිහිටයි. එක් ශීර්ෂයක් $(3, -2)$ කි. රොම්බසයේ එක් විකර්ණයක් $3y = x + 1$ වේ. ඉතිරි ශීර්ෂ 3 හි බණ්ඩාංක සොයා, ඉතිරි පැති තුනේ සමීකරණය සොයන්න.

C - කොටස

07. (a) මේ සීමා අගයන්න.

$$(i) t \xrightarrow{\pi} \pi \frac{(1 + \cos t)}{(t - \pi)^2} \quad (ii) x \xrightarrow{0} 0 \frac{\sqrt{1-x} - \sqrt{1+x}}{x}$$

- (b) x විෂයයෙන් පහත ශ්‍රිතවල අවකලණ සංගුණක (ව්‍යුත්පන්න) සොයන්න.

$$(i) y = e^{-bx} \sin ax - e^{-bx} \cos ax \quad (ii) y = \tan^{-1} \sqrt{\frac{b-x}{x-a}} \quad b > x > a$$

- (c) $y = \cos(\sin x)$ නම්

$$\frac{d^2 y}{dx^2} + \tan x \frac{dy}{dx} + y \cos^2 x = 0 \quad \text{බව පෙන්වන්න.}$$

ඒ නයිත් $y' = \cos[\cos x]$ නම්

$$\frac{d^2 y^1}{ax^2} - \cot x \frac{dy^1}{dx} + y^{12} \sin^2 x = 0 \quad \text{බව අපෝහනය කරන්න.}$$

08) (a) $y = \frac{2x}{1+x^2}$ යැයි දී තිබේ.

$\frac{dy}{dx} = 0$ වන x හි අගයන් සොයා, ඒනයිත් y හි ස්ථාවර ලක්ෂ්‍යවල ස්වභාවය නිර්ණය කරන්න.

$|x|$ හි ඉතා විශාල අගයන්හිදී y හි හැසිරීම සොයා $y = \frac{2x}{1+x^2}$ ශ්‍රිතයේ දළ ප්‍රස්ථාරය අඳින්න.

(b) කෙළවරක් විවෘත සිලින්ඩරාකාර භාජනයක ධාරිතාව 0.5m^3 ක් වන සේ අවම ද්‍රව්‍ය වර්ගඵලයකින් නිෂ්පාදනය කළ යුතුව ඇත. එසේ ලැබෙන සිලින්ඩරයේ මිණුම් සොයන්න.

09) (a) x විෂයයෙන් අනුකලනය කරන්න.

(i) $\int \frac{dx}{1 - \cos 2x}$

(ii) $\int (\operatorname{cosec} x + \cot x)^2 dx$

(iii) $\int_0^{\pi/2} \frac{dx}{(3 + 5 \sin x)}$

(iv) $\int e^{3x} \sin 3x dx$

(b) $x = 4 \sin^2 \theta$ ආදේශයෙන් හෝ අන් අයුරකින් $\int_0^2 \sqrt{x(4-x)} dx = \pi$ බව පෙන්වන්න.

(c) $z = 1 - x$ ආදේශයෙන් හෝ අන් අයුරකින් $\int_0^1 x^2 (1-x)^{1/2} dx$ අගයන්න.

10. (a) $\frac{2x}{(1-x)(1+x^2)}$ හින්තභාග සොයා $\int_0^2 \frac{2x}{(1-x)(1+x^2)} dx = \frac{1}{2} \ln 5 - \tan^{-1} 2$ බව පෙන්වන්න.

(b) $u = x^2 + 2x + 8$ යෙදීමෙන් $\int_0^2 \frac{(x+1)dx}{\sqrt{x^2 + 2x + 8}}$ සොයන්න.

(c) $x=0, x=1, y=1$ රේඛාවලින් සහ $y = \frac{x^2}{x^2+1}$ ප්‍රස්ථාරයේ කොටසකින් වටවී ඇති $x=0$ හා $x=1$ අතර වූ වර්ගඵලය සොයන්න.