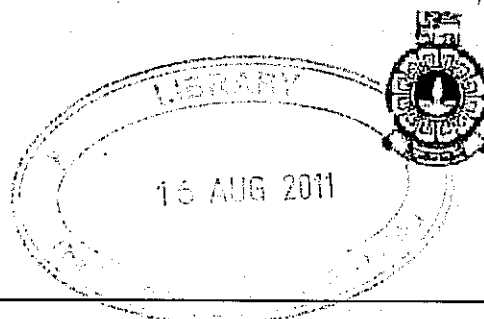


The Open University of Sri Lanka
B.Sc/B.Ed. Degree Programme
Closed Book Test (CBT) - 2009/2010
Applied Mathematics-Level 03
APU1140 - Vector Algebra



Duration:-One and half hours

Date:-13.10.2009

Time:-4.00p.m.-5.30p.m.

Answer ALL Questions

1. (a) Define the *Scalar Triple Product* of three vectors \underline{a} , \underline{b} and \underline{c} .
 - (i) What is the geometrical interpretation of the scalar triple product of the vectors \underline{a} , \underline{b} and \underline{c} ?
 - (ii) Find the volume of the parallelepiped whose coterminal edges are represented by $\underline{a} = \underline{i} + \underline{k}$, $\underline{b} = 2\underline{i} - \underline{j}$ and $\underline{c} = \underline{i} + 3\underline{j} - 4\underline{k}$.(b) Let \underline{a} , \underline{b} and \underline{c} be any non zero vectors.
Prove that $\underline{a} \times (\underline{b} \times \underline{c}) = (\underline{a} \cdot \underline{c})\underline{b} - (\underline{a} \cdot \underline{b})\underline{c}$.
Hence, show that $\underline{a} \times (\underline{b} \times \underline{c}) + \underline{b} \times (\underline{c} \times \underline{a}) + \underline{c} \times (\underline{a} \times \underline{b}) = \underline{0}$.
2. The plane π_1 contains the points $(1, 4, 2)$, $(1, 0, 5)$ and $(0, 8, -1)$. The plane π_2 contains the point $(2, 2, 3)$ and has a normal vector $(\underline{i} + 2\underline{j} + 2\underline{k})$. The point $(\alpha, 0, \beta)$ lies in the both planes π_1 and π_2 .
 - (i) Find the equation of π_1 in Cartesian form.
 - (ii) Find the equation of π_2 in Cartesian form.
 - (iii) Find α and β and express the equation of the line of intersection of the two planes in the form $\underline{r} = \underline{p} + \lambda\underline{q}$.
 - (iv) The point $(1, 1, \mu)$ is equidistant from the planes π_1 and π_2 . Find the two possible values of μ .
3. (a) Show that the vector function $\underline{f}(t) = t\underline{i} + 2t \cos t \underline{j} + 2t \sin t \underline{k}$ lies on the cone $4x^2 = y^2 + z^2$.
(b) The vector functions are given by $\underline{F}(t) = t^2\underline{i} + t\underline{j} + \underline{k}$ and $\underline{G}(t) = \underline{i} + t\underline{j} + t^2\underline{k}$.
Find $\frac{d}{dt}[\underline{F}(t) \cdot \underline{G}(t)]$ and $\frac{d}{dt}[\underline{F}(t) \times \underline{G}(t)]$.
(c) If \underline{a} , \underline{b} are constant vectors and ω is a constant scalar, and $\underline{r}(t) = \cos \omega t \underline{a} + \sin \omega t \underline{b}$,
show that $\frac{d^2 \underline{r}}{dt^2} + \omega^2 \underline{r} = \underline{0}$.

ශ්‍රී ලංකා විවෘත විශ්වවිද්‍යාලය
 විද්‍යාවේදී/ අධ්‍යාපනවේදී උපාධි පාඨමාලාව
 සංවෘත පොත් පරීක්ෂණය (CBT) - 2009/2010
 ව්‍යවහාරික ගණිතය - තුන්වන මට්ටම
 APU 1140 - දෛශික විජය



කාලය පැය 1½ යි.

දිනය : 2009.10.13

වේලාව - ප.ව. 4.00 - ප.ව. 5.30 දක්වා.

ප්‍රශ්න සියල්ලටම පිළිතුරු සපයන්න.

1. (a) \underline{a} , \underline{b} සහ \underline{c} දෛශික තුන අතර අදිශ ක්‍රීඩා ගුණිතය අර්ථ දක්වන්න.
 (i) \underline{a} , \underline{b} සහ \underline{c} දෛශික අතර අදිශ ක්‍රීඩා ගුණිතයේ ජ්‍යාමිතික නිරූපණය කුමක් ද?
 (ii) $\underline{a} = i + k$, $\underline{b} = 2i - j$ සහ $\underline{c} = i + 3j - 4k$ යන දෛශික බද්ධ පාද වශයෙන් ඇති සමාන්තරානිකයේ පරිමාව සොයන්න.
 (b) \underline{a} , \underline{b} සහ \underline{c} යනු අභිගුණ්‍ය නොවන ඕනෑම දෛශික තුනක් නම්,

$$\underline{a} \times (\underline{b} \times \underline{c}) = (\underline{a} \cdot \underline{c})\underline{b} - (\underline{a} \cdot \underline{b})\underline{c}$$
 බව සාධනය කරන්න.
 එනමින්, $\underline{a} \times (\underline{b} \times \underline{c}) + \underline{b} \times (\underline{c} \times \underline{a}) + \underline{c} \times (\underline{a} \times \underline{b}) = \underline{0}$ බව පෙන්වන්න.

2. $(1, 4, 2)$, $(1, 0, 5)$ සහ $(0, 8, -1)$ යන ලක්ෂ්‍යයන් π_1 තලය මත පිහිටයි. $(2, 2, 3)$ ලක්ෂ්‍යය π_2 තලය මත පිහිටන අතර, $(i + 2j + 2k)$ දෛශිකය තලයට අභිලම්භ වේ. $(\alpha, 0, \beta)$ ලක්ෂ්‍යය, π_1 සහ π_2 තල දෙකම මත පිහිටයි.
 (i) π_1 තලයෙහි සමීකරණය කාර්ටීසියානු ආකාරයෙන් සොයන්න.
 (ii) π_2 තලයෙහි සමීකරණය කාර්ටීසියානු ආකාරයෙන් සොයන්න.
 (iii) α සහ β සොයා, තල දෙකෙහි ජේදන රේඛාවේ සමීකරණය $\underline{r} = \underline{p} + \lambda \underline{q}$ ආකාරයෙන් ප්‍රකාශ කරන්න.
 (iv) $(1, 1, \mu)$ ලක්ෂ්‍යය, π_1 සහ π_2 තල දෙකටම සමදුරින් පිහිටයි නම්, μ ට ගතහැකි අගයයන් දෙක සොයන්න.

3. (a) $\underline{f}(t) = t\underline{i} + 2t \cos t \underline{j} + 2t \sin t \underline{k}$ යන දෛශික ශ්‍රිතය, $4x^2 = y^2 + z^2$ වක්‍රය මත පිහිටන බව පෙන්වන්න.
 (b) දෛශික ශ්‍රිත දෙකක් $\underline{F}(t) = t^2 \underline{i} + t \underline{j} + \underline{k}$ සහ $\underline{G}(t) = \underline{i} + t \underline{j} + t^2 \underline{k}$ ලෙස දී ඇත.

$$\frac{d}{dt}[\underline{F}(t) \cdot \underline{G}(t)]$$
 සහ
$$\frac{d}{dt}[\underline{F}(t) \times \underline{G}(t)]$$
 සොයන්න.
 (c) \underline{a} , \underline{b} යනු නියත දෛශික සහ ω යනු අදිශ නියතයක් නම්, සහ $\underline{r}(t) = \cos \omega t \underline{a} + \sin \omega t \underline{b}$ නම්, $\frac{d^2 \underline{r}}{dt^2} + \omega^2 \underline{r} = \underline{0}$ බව පෙන්වන්න.

இலங்கை திறந்த பல்கலைக்கழகம்
 விஞ்ஞானமர்ணிப் பட்டப் பாடநெறி
 மூடிய புத்தகப் பரீட்சை(CBT) 2009/2010
 பிரயோக கணிதம் - மட்டம் '03
 APU1140 - காவி அட்சரகணிதம்



காலம் :- ஒன்றரை மணித்தியாலங்கள்.

நாள் :- 13-10-2009.

நேரம் :- பிப 4.00 - பிப 05.30

எல்லா வினாக்களுக்கும் விடையளிக்குக.

1. (a) மூன்று காவிகள் \underline{a} , \underline{b} மற்றும் \underline{c} என்பனவற்றின் மும்மை எண்ணிப்பெருக்கத்தை வரையறுக்க.
 - (i) மூன்று காவிகள் \underline{a} , \underline{b} மற்றும் \underline{c} என்பனவற்றின் மும்மை எண்ணிப்பெருக்கத்திற்கான கேத்திர கணித விளக்கம் என்ன?
 - (ii) இணைமுடிவான முனைகள் $\underline{a} = i + k$, $\underline{b} = 2i - j$ மற்றும் $\underline{c} = i + 3j - 4k$ ஆகியவற்றால் வகைகுறிக்கப்படும் இணைகரப்பரவையின் கனவளவைக் காண்க.
- (b) \underline{a} , \underline{b} மற்றும் \underline{c} என்பன யாதாயினும் பூச்சியமற்ற காவிகளாயின், $\underline{a} \times (\underline{b} \times \underline{c}) = (\underline{a} \cdot \underline{c})\underline{b} - (\underline{a} \cdot \underline{b})\underline{c}$ என நிறுவுக. இதிலிருந்து, $\underline{a} \times (\underline{b} \times \underline{c}) + \underline{b} \times (\underline{c} \times \underline{a}) + \underline{c} \times (\underline{a} \times \underline{b}) = \underline{0}$ எனக் காட்டுக.
2. ஓர் தளம் π_1 ஆனது $(1, 4, 2)$, $(1, 0, 5)$ மற்றும் $(0, 8, -1)$ ஆகிய புள்ளிகளைக் கொண்டுள்ளது. தளம் π_2 ஆனது $(2, 2, 3)$ என்றும் புள்ளியைக் கொண்டுள்ளதோடு செங்குத்துக்காவி $(i + 2j + 2k)$ ஐயும் கொண்டுள்ளது. புள்ளி $(\alpha, 0, \beta)$ ஆனது π_1 மற்றும் π_2 ஆகிய தளங்களின் மீதுள்ளது.
 - (i) தளம் π_1 இன் தளத்தின் சமன்பாட்டை தெக்காட்டின் வடிவில் காண்க.
 - (ii) அதன் தளத்தின் சமன்பாட்டை தெக்காட்டின் வடிவில் காண்க.
 - (iii) α மற்றும் β என்பனவற்றைக் கண்டு, இரு தளங்களையும் இடைவெட்டும் கோட்டின் சமன்பாட்டை $r = p + \lambda q$ என்றும் வடிவில் சூத்திரப்படுத்துக.
 - (iv) ஓர் புள்ளி $(1, 1, \mu)$ ஆனது தளங்கள் π_1 மற்றும் π_2 ஆகிய தூரத்திலுள்ளன. μ இற்குச் சாத்தியமான இரு பெறுமானங்களைக் காண்க..
3. (a) காவிச் சார்பு $\underline{f}(t) = t\underline{i} + 2t \cos t \underline{j} + 2t \sin t \underline{k}$ ஆனது $4x^2 = y^2 + z^2$ என்னும் கூம்பின் மீதுள்ளது எனக் காட்டுக.
 - (b) $\underline{F}(t) = t^2 \underline{i} + t \underline{j} + \underline{k}$ மற்றும் $\underline{G}(t) = \underline{i} + t \underline{j} + t^2 \underline{k}$ என்பன தரப்பட்டுள்ள காவிச்சார்புகளாகும். $\frac{d}{dt}[\underline{F}(t) \cdot \underline{G}(t)]$ மற்றும் $\frac{d}{dt}[\underline{F}(t) \times \underline{G}(t)]$ ஆகியவற்றைக் காண்க.
 - (c) \underline{a} , \underline{b} என்பன மாறிலிக் காவிகளாகவும், ω என்பது மாறிலி எண்ணியாகவும், $\underline{r}(t) = \cos \omega t \underline{a} + \sin \omega t \underline{b}$ அமையின், $\frac{d^2 \underline{r}}{dt^2} + \omega^2 \underline{r} = \underline{0}$ எனக் காட்டுக.