



ශ්‍රී ලංකා විවිධ විශ්වවිද්‍යාලය

විද්‍යාවේදී/අධ්‍යාපනවේදී උපාධි පාඨමාලාව - තුන්වන මට්ටම

අවසාන පරීක්ෂණය 2008/2009

ව්‍යවහාරික ගණිතය AMU 1182/ AME 3182 - කේතුකය සහ දෛශික විජිය

056

කාලය පැය 2 යි.

දිනය : 2009.06.17

වේලාව - ප.ව. 1.30 - ප.ව. 3.30 දක්වා.

ඕනෑම ප්‍රශ්න හතරකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

01. (a) රේඛාවක්  $a$  නම් දෛශිකයකට සමාන්තර වන අතර එය  $P_0$  නම් නියත ලක්ෂ්‍යය හරහා ගමන් කරයි.  $P_0$  හි පිහිටුම් දෛශිකය  $r_0$  නම් ඉහත රේඛාවේ පරාමිතික සමීකරණය සොයන්න.
- (b) රේඛාවක්  $(3, 4, 6)$  ලක්ෂ්‍යය හරහා යන අතර  $i+2j-k$  දෛශිකයට ලම්භක වේ. තවද මෙම රේඛාව  $2x-3y+5z+4=0$  තලයට සමාන්තර වේ නම් රේඛාවේ පරාමිතික සමීකරණය සොයන්න.
- (c) තවද, මබ (b) කොටසින් ලබාගත් රේඛාව සහ  $r \cdot (2i-j+k) = 4$  තලය අතර කෝණය සොයන්න.
02. කාලය  $t \geq 0$  වන විට අංශුවක ත්වරණය  $a = 12 \cos 2t i - 8 \sin 2t j + 16t k$  මගින් දෙනු ලැබේ.  $t = 0$  විට ප්‍රවේගය  $v$  සහ විශ්වාපනය  $r$  ශුන්‍ය වේ නම් ඕනෑම කාලයක දී  $v$  සහ  $r$  සොයන්න.
03. (i) දෛශික  $a$  සහ  $b$  පැති සහිත සමාන්තරාස්‍රයක වර්ගඵලය සොයන්න.
- (ii) සමාන්තරාස්‍රයෙහි පරිමාව (i) කොටස භාවිතයෙන් සොයන්න.
- (iii)  $a = 2i - j - k$ ,  $b = 3i + 2j + 2k$  සහ  $c = 5i - \lambda j + 3\lambda k$  පැති සහිත සමාන්තරාස්‍රයක පරිමාව ඒකක 4 ක් නම්  $\lambda$  හි අගය සොයන්න.
04. (i)  $u$  සහ  $v$ ,  $t$  හි දෛශික ශ්‍රිත වන අතර ඒවා සංරචක ආකාරයෙන් ඇත.  $\frac{d}{dt}(u \cdot v)$  සහ  $\frac{d}{dt}(u \wedge v)$  සඳහා සූත්‍ර සොයන්න.
- (ii)  $a, b$  සහ  $c$  යනු  $t$  හි දෛශික ශ්‍රිත නම්, (i) කොටස භාවිතයෙන්  $\frac{d}{dt}\{a \cdot (b \wedge c)\}$  සහ  $\frac{d}{dt}\{a \wedge (b \wedge c)\}$  සොයන්න.
- (iii) එනමින්  $\frac{d}{dt}\left\{v \cdot \left(\frac{dv}{dt} \wedge \frac{d^2v}{dt^2}\right)\right\}$  අගයන්න.

[අනෙක් පිට බලන්න.



The Open University of Sri Lanka  
B.Sc/B.Ed. Degree Programme-Level 03  
Final Examination-2008/2009  
Applied Mathematics  
AMU1182/AME3182-Conics & Vector Algebra

Duration:- Two Hours

Date:-17.06.2009

Time:-1.30p.m.-3.30p.m.

Answer Four Questions only

- (01)(a) A line passes through a fixed point  $P_0$  with position vector  $\underline{r}_0$  and parallel to a vector  $\underline{a}$ . Find the parametric equation of the line.
- (b) Find the parametric equation of the line that passes through the point  $(3,4,6)$ , perpendicular to the vector  $\underline{i}+2\underline{j}-\underline{k}$  and parallel to the plane  $2x-3y+5z+4=0$
- (c) Also, find the angle between the line that you obtained in part (b) and the plane  $\underline{r} \cdot (2\underline{i}-\underline{j}+\underline{k})=4$
- (02) The acceleration  $\underline{a}$  of a particle at any time  $t \geq 0$  is given by  $\underline{a} = 12 \cos 2t \underline{i} - 8 \sin 2t \underline{j} + 16t \underline{k}$ . If the velocity  $\underline{v}$  and displacement  $\underline{r}$  are zero at  $t=0$ , find  $\underline{v}$  and  $\underline{r}$  at any time.
- (03) (i) Find the area of a parallelogram with sides  $\underline{A}$  and  $\underline{B}$ .  
(ii) Using part (i), find the volume of a parallelepiped.  
(iii) If the volume of a parallelepiped with edges  $\underline{a} = 2\underline{i} - \underline{j} - \underline{k}$ ,  $\underline{b} = 3\underline{i} + 2\underline{j} + 2\underline{k}$  and  $\underline{c} = 5\underline{i} - \lambda \underline{j} + 3\lambda \underline{k}$  be 4 units. Determine the value of  $\lambda$ .

05. (a) තලයක් මූල ලක්ෂ්‍යයේ සිට  $p$  දුරින් ඇති අතර  $\underline{n}$  නම් ඒකක දෛශිකයකට ලම්භක වේ. ( $\underline{n}$  හි දිශාව  $O$  සිට පිටතට වේ.) තලයේ දෛශික සමීකරණය  $\underline{r} \cdot \underline{n} = p$  බව ඔප්පු කරන්න. මෙහි  $\underline{r}$  තලයේ ඕනෑම ලක්ෂ්‍යයක පිහිටුම් දෛශිකය වේ.
- (b)  $A$  නම් ලක්ෂ්‍යයක පිහිටුම් දෛශිකය  $\underline{a}$  වන අතර එය  $\underline{r} \cdot \underline{n} = p$  තලයේ සිට  $l$  දුරකින් ඇත.  $l$  සඳහා ප්‍රකාශණයක් ලබාගන්න.
- (c) එනමින්,  $\underline{r} \cdot (2\underline{i} + 3\underline{j} - 6\underline{k}) = 9$  වන තලයට, පිහිටුම් දෛශිකය  $(\underline{i} - 3\underline{j} + 3\underline{k})$  වන ලක්ෂ්‍යයක සිට ඇති දුර සොයන්න.
06. (i)  $2x^2 + 3xy - 2y^2 - 7x + y - 2 = 0$  වන කේතනය සලකන්න. එය  $X^T A X + F^T X + C = 0$  ආකාරයෙන් ලියන්න. මෙහි  $A$  යනු  $2 \times 2$  සමවකුරසු න්‍යාසයක් වන අතර  $X = (x, y)^T$  සහ  $F = (f, g)^T$  වේ.
- (ii)  $P^T A P = D$  වන පරිදි  $P$  යන ප්‍රලම්භ න්‍යාසයක් සොයන්න. මෙහි  $D$  යනු විකර්ණ න්‍යාසයකි.
- (iii) ඉහත (ii) කොටස භාවිතයෙන් දී ඇති කේතනයේ සමීකරණය  $\lambda x^2 + \mu y^2 + \text{රේඛීය පද} + \text{නියතයක්} = 0$  ආකාරයට උගුණනය කර, එනමින් කේතනය හඳුනාගන්න.

- (04)  $\underline{u}$  and  $\underline{v}$  are vector functions of  $t$  and they are in component form.
- Find formulae for  $\frac{d}{dt}(\underline{u} \cdot \underline{v})$  and  $\frac{d}{dt}(\underline{u} \wedge \underline{v})$ .
  - Using part (i) find  $\frac{d}{dt}\{\underline{a} \cdot (\underline{b} \wedge \underline{c})\}$  and  $\frac{d}{dt}\{\underline{a} \wedge (\underline{b} \wedge \underline{c})\}$  where  $\underline{a}, \underline{b}$  and  $\underline{c}$  are vector functions of  $t$ .
  - Hence, evaluate  $\frac{d}{dt}\left\{\underline{v} \cdot \left(\frac{d\underline{v}}{dt} \wedge \frac{d^2\underline{v}}{dt^2}\right)\right\}$ .
- (05)(a) A plane is at a distance  $p$  from the origin and is perpendicular to the unit vector  $\underline{\hat{n}}$ . ( $\underline{\hat{n}}$  is directed away from 0).  
 Prove that the vector equation of a plane is  $\underline{r} \cdot \underline{\hat{n}} = p$ . Where  $\underline{r}$  is the position vector at any point on the plane.
- (b) A point A with position vector  $\underline{a}$  is at a distance  $l$  from the plane with equation  $\underline{r} \cdot \underline{\hat{n}} = p$ . Find an expression for  $l$ .  
 Hence, find the distance of the point with position vector  $(\underline{i} - 3\underline{j} + 3\underline{k})$  from a plane whose equation is  $\underline{r} \cdot (2\underline{i} + 3\underline{j} - 6\underline{k}) = 9$ .
- (06)(i) Consider the conic  $2x^2 + 3xy - 2y^2 - 7x + y - 2 = 0$   
 write it in the form  $X^T AX + F^T X + C = 0$  Where  $A$  is a  $2 \times 2$  square matrix,  $X = (x, y)^T$  and  $F = (f, g)^T$ .
- Find an orthogonal matrix  $P$  such that  $P^T AP = D$  where  $D$  is a diagonal matrix.
  - Using (ii) reduce the conic to the form,  $\lambda x^2 + \mu y^2 + \text{linear terms} + \text{constant} = 0$  and hence, identify the conic.

Copyrights Reserved

இலங்கை திறந்த பல்கலைக்கழகம்  
 விஞ்ஞானமாணிப் பட்டப்பாடநெறி - மட்டம் 03  
 இறுதிப் பரீட்சை - 2008/2009  
 பிரயோககணிதம்  
 AMU 1182/AME 3182 - கூம்புவளைவுகளும், காவிஅட்சரகணிதமும்



காலம் :- இரண்டு மணித்தியாலங்கள்.

நாள் :- 17-06-2009.

நேரம்:- பிய 1.30 - பிய 3.30

நான்கு வினாக்களுக்கு மட்டும் விடையளிக்குக.

(01)(a) நேர்கோடொன்று தானக்காவி  $r_0$  ஐயுடைய நிலைத்த புள்ளி  $P_0$  யொன்றினூடாகவும், ஒரு காவி  $a$  இற்குச் சமாந்தரமாகவும் செல்லுகின்றது. நேர்கோட்டின் பரமானச் சமன்பாட்டைக் காண்க.

(b) புள்ளி (3,4,6) இனூடாகச் செல்வதும், காவி  $i+2j-k$  இற்குச் செங்குத்தானதும்,  $2x-3y+5z+4=0$  என்னும் தளத்தினூடாகச் செல்வதுமான கோட்டின் பரமானச் சமன்பாட்டைக் காண்க.

(c) மேலும், பகுதி(b) இல் பெற்ற நேர்கோட்டிற்கும்,  $r.(2i-j+k)=4$  என்னும் தளத்திற்கும் இடையிலான கோணத்தைக் காண்க.

(02) யாதாயினும் நேரம்  $t \geq 0$  இல் ஒரு துணிக்கையொன்றின் ஆர்முடுகல்  $a$  ஆனது,  $a=12\cos 2ti-8\sin 2tj+16tk$  ஆல் தரப்பட்டுள்ளது. நேரம்  $t=0$  இல் வேகம்  $v$ , இடப்பெயர்ச்சி  $r$  என்பன பூச்சியமாயின், யாதாயினும் நேரத்தில்  $v$ ,  $r$  ஐக் காண்க.

(03) (i)  $a$  மற்றும்  $b$  என்பனவற்றை பக்கங்களாகக் கொண்ட இணைகரத்தின் பரப்பளவைக் காண்க.

(ii) பகுதி (i) ஐ பாவித்து, இணைகரப்பரவையின் கனவளவைக் காண்க.

(iii) விளிம்புகள்  $a=2i-j-k$ ,  $b=3i+2j+2k$  மற்றும்  $c=5i-\lambda j+3\lambda k$  ஆகியவற்றை விளிம்புகளாகவுடைய இணைக்கரப்பரவையின் கனவளவு 4 அலகுகளாகும்.  $\lambda$  இன் பெறுமானத்தைத் துணிக.



The Open University of Sri Lanka  
B.Sc/B.Ed. Degree Programme-Level 03  
Final Examination-2008/2009  
Applied Mathematics  
AMU1182/AME3182-Conics & Vector Algebra

Duration:- Two Hours

Date:-17.06.2009

Time:-1.30p.m.-3.30p.m.

Answer Four Questions only

- (01)(a) A line passes through a fixed point  $P_0$  with position vector  $\underline{r}_0$  and parallel to a vector  $\underline{a}$ . Find the parametric equation of the line.
- (b) Find the parametric equation of the line that passes through the point  $(3,4,6)$ , perpendicular to the vector  $\underline{i}+2\underline{j}-\underline{k}$  and parallel to the plane  $2x-3y+5z+4=0$
- (c) Also, find the angle between the line that you obtained in part (b) and the plane  $\underline{r} \cdot (2\underline{i}-\underline{j}+\underline{k})=4$
- (02) The acceleration  $\underline{a}$  of a particle at any time  $t \geq 0$  is given by  $\underline{a} = 12 \cos 2t \underline{i} - 8 \sin 2t \underline{j} + 16t \underline{k}$ . If the velocity  $\underline{v}$  and displacement  $\underline{r}$  are zero at  $t=0$ , find  $\underline{v}$  and  $\underline{r}$  at any time .
- (03) (i) Find the area of a parallelogram with sides  $\underline{A}$  and  $\underline{B}$ .  
(ii) Using part (i), find the volume of a parallelepiped.  
(iii) If the volume of a parallelepiped with edges  $\underline{a} = 2\underline{i} - \underline{j} - \underline{k}$ ,  $\underline{b} = 3\underline{i} + 2\underline{j} + 2\underline{k}$  and  $\underline{c} = 5\underline{i} - \lambda \underline{j} + 3\lambda \underline{k}$  be 4 units. Determine the value of  $\lambda$ .

(04)  $u$  மற்றும்  $v$  என்பன  $t$  இலுள்ள காவிச்சார்புகளாவதோடு, அவை கூறுகளாகவும் உள்ளன.

(i)  $\frac{d}{dt}(u.v)$  மற்றும்  $\frac{d}{dt}(u \wedge v)$  என்பனவற்றிற்கான சூத்திரங்களைக் காண்க.

(ii) பகுதி (i) ஐ பாவித்து,  $\frac{d}{dt}\{a.(b \wedge c)\}$  மற்றும்  $\frac{d}{dt}\{a \wedge (b \wedge c)\}$  என்பனவற்றிற்கான காண்க. இங்கு  $a, b$  மற்றும்  $c$  என்பன  $t$  இலுள்ள காவிச்சார்புகளாகும்.

(iii) இதிலிருந்து,  $\frac{d}{dt}\left\{v \cdot \left(\frac{dv}{dt} \wedge \frac{d^2v}{dt^2}\right)\right\}$  ஐப் பெறுக.



(05)(a) உற்பத்தியிலிருந்து தளமொன்று  $p$  தூரத்தில் அமைந்துள்ளதோடு, அலகுக்காவி  $\hat{n}$  இற்கு செங்குத்தாகவும் உள்ளது. (இங்கு  $\hat{n}$  ஆனது உற்பத்தியிலிருந்து வெளிநோக்கிய திசையிலுள்ளது). தளத்திற்கான காவிச்சமன்பாடானது  $r \cdot \hat{n} = p$  எனக் காட்டுக. இங்கு  $r$  ஆனது தளத்திலுள்ள யாதாயினுமொரு புள்ளியின் தானக்காவி ஆகும்.

(b) தானக்காவி  $a$  ஐயுடைய புள்ளியிலிருந்து  $r \cdot \hat{n} = p$  என்னும் காவிச் தளத்திற்கான தூரமானது  $l$  ஆகுமெனின்,  $l$  ஆன கோவையைக் காண்க. இதிலிருந்து,  $(\hat{i} - 3\hat{j} + 3\hat{k})$  என்னும் தானக்காவியையுடைய புள்ளியிலிருந்து  $r \cdot (2\hat{i} + 3\hat{j} - 6\hat{k}) = 9$  என்னும் சமன்பாட்டைக் கொண்ட தளத்திற்கான தூரத்தைக் காண்க.

(06)(i) கூம்புவளைவு  $2x^2 + 3xy - 2y^2 - 7x + y - 2 = 0$  ஐக் கருதி,  $X^T A X + F^T X + C = 0$  என்னும் வடிவில் எழுதுக. இங்கு  $A$  ஆனது  $2 \times 2$  சதுரத்தாயம்,  $X = (x, y)^T$  மற்றும்  $F = (f, g)^T$  ஆகும்.

(ii) நிமிர்கோணத்தாயம்  $P$  ஐக் காண்க. இங்கு  $P^T A P = D$  ஆவதோடு,  $D$  ஆனது மூலைவிட்டத்தாயமாகும்.

(iii) பகுதி (ii) ஐ பாவித்து, மேற்படி கூம்புவளைவை  $\lambda x^2 + \mu y^2 + \text{ஏகபரிமாண உறுப்புக்கள்} + \text{மாறிலி} = 0$  என்னும் வடிவில் ஒடுக்குக. இதிலிருந்து, கூம்புவளைவை இனங்காண்க.

\*\*\*\*\* முழுப் பதிப்புரிமையுடையது \*\*\*\*\*

- (04)  $\underline{u}$  and  $\underline{v}$  are vector functions of  $t$  and they are in component form.
- (i) Find formulae for  $\frac{d}{dt}(\underline{u} \cdot \underline{v})$  and  $\frac{d}{dt}(\underline{u} \wedge \underline{v})$ .
- (ii) Using part (i) find  $\frac{d}{dt}\{\underline{a} \cdot (\underline{b} \wedge \underline{c})\}$  and  $\frac{d}{dt}\{\underline{a} \wedge (\underline{b} \wedge \underline{c})\}$  where  $\underline{a}, \underline{b}$  and  $\underline{c}$  are vector functions of  $t$ .
- (iii) Hence, evaluate  $\frac{d}{dt}\left\{\underline{v} \cdot \left(\frac{d\underline{v}}{dt} \wedge \frac{d^2\underline{v}}{dt^2}\right)\right\}$ .
- (05)(a) A plane is at a distance  $p$  from the origin and is perpendicular to the unit vector  $\underline{\hat{n}}$ . ( $\underline{\hat{n}}$  is directed away from 0).  
Prove that the vector equation of a plane is  $\underline{r} \cdot \underline{\hat{n}} = p$ . Where  $\underline{r}$  is the position vector at any point on the plane.
- (b) A point A with position vector  $\underline{a}$  is at a distance  $l$  from the plane with equation  $\underline{r} \cdot \underline{\hat{n}} = p$ . Find an expression for  $l$ .  
Hence, find the distance of the point with position vector  $(\underline{i} - 3\underline{j} + 3\underline{k})$  from a plane whose equation is  $\underline{r} \cdot (2\underline{i} + 3\underline{j} - 6\underline{k}) = 9$ .
- (06)(i) Consider the conic  $2x^2 + 3xy - 2y^2 - 7x + y - 2 = 0$   
write it in the form  $X^T A X + F^T X + C = 0$  Where  $A$  is a  $2 \times 2$  square matrix,  $X = (x, y)^T$  and  $F = (f, g)^T$ .
- (ii) Find an orthogonal matrix  $P$  such that  $P^T A P = D$  where  $D$  is a diagonal matrix.
- (iii) Using (ii) reduce the conic to the form,  
 $\lambda x^2 + \mu y^2 + \text{linear terms} + \text{constant} = 0$  and hence, identify the conic.

Copyrights Reserved