

The Open University of Sri Lanka
B.Sc/B.Ed. Degree Programme
Open Book Test (OBT) - 2009/2010
Applied Mathematics-Level 03
APU1142 – Differential Equations



Duration: - One and half hours

Date: - 01-03-2010

Time:- 4.00pm - 5.30pm.

Answer ALL Questions.

- Solve the differential equation $\sec y \frac{dy}{dx} + \sin(x-y) = \sin(x+y)$, by separating variables.
 - Using a suitable substitution, transform the differential equation $\frac{dy}{dx} = \tan^2(x+y)$ to variable, separable form and hence solve the given equation.
 - Use the substitution $y = vx$ to solve the differential equation $\frac{dy}{dx} + \frac{y^2 + 3xy}{x^2 + xy} = 0$.

- Show that the following differential equation is exact and hence solve it:

$$(x^4 - 2xy^2 + y^4)dx + (4xy^3 - 2x^2y - \sin(y))dy = 0.$$

- Show that the general solution of the first order linear differential equation,

$$\frac{dy}{dx} + P(x)y = Q(x) \text{ is}$$

$$y(x) = e^{-\int P(x)dx} \left\{ \int Q(x)e^{\int P(x)dx} dx + C \right\}, \text{ where } C \text{ is an arbitrary constant.}$$

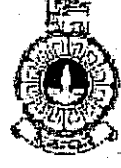
$$\text{Hence, solve } x \cos x \left(\frac{dy}{dx} \right) + y(x \sin x + \cos x) = 1.$$

- The rate at which a certain population $P(t)$ grows is governed by

$$\frac{dP}{dt} = \frac{1}{25000} P(1000 - P), \text{ where } t \text{ is measured in years.}$$

If the initial population is 100, show that the population after 10 years is $\frac{1000e^{\frac{1}{25}}}{9 + e^{\frac{1}{25}}}$.

இலங்கை திறந்த பல்கலைக்கழகம்
 விஞ்ஞான/கல்வி பட்டப்பாடநெறி
 திறந்த புத்தகப் பரீட்சை (OBT) 2009/2010
 பிரயோக கணிதம் - மட்டம் 03
 APU 1142 - வகையீட்டுச் சமன்பாடுகள்



காலம் :- ஒன்றரை மணித்தியாலங்கள்.

நாள் :- 01-03-2010.

நேரம்:- பி.ப 4.00- பி.ப 5.30

எல்லா வினாக்களுக்கும் விடையளிக்குக.

1. (i) மாறிகளை வேறாக்குவதன் மூலம் $\sec y \frac{dy}{dx} + \sin(x-y) = \sin(x+y)$ என்னும் வகையீட்டுச் சமன்பாட்டைத் தீர்க்க.

(ii) பொருத்தமான பிரதியீட்டை பயன்படுத்தி $\frac{dy}{dx} = \tan^2(x+y)$ என்னும் வகையீட்டுச் சமன்பாட்டை மாறி வேறாக்கத்தகு வடிவத்திற்கு உருமாற்றுக. மேலும் இதிலிருந்து தரப்பட்ட சமன்பாட்டைத் தீர்க்க.

(iii) $y = vx$ என்னும் பிரதியீட்டை பயன்படுத்தி $\frac{dy}{dx} + \frac{y^2 + 3xy}{x^2 + xy} = 0$ என்னும் வகையீட்டுச் சமன்பாட்டைத் தீர்க்க.
2. (i) $(x^4 - 2xy^2 + y^4)dx + (4xy^3 - 2x^2y - \sin(y))dy = 0$ என்னும் வகையீட்டுச் சமன்பாடு செய்பமானது எனக்காட்டி இதிலிருந்து அதைத் தீர்க்க.

(ii) $\frac{dy}{dx} + P(x)y = Q(x)$ என்னும் முதலாம்படி ஏகபரிமாண வகையீட்டுச் சமன்பாட்டின் பொதுத்தீர்வு $y(x) = e^{-\int P(x)dx} \left\{ \int Q(x)e^{\int P(x)dx} dx + C \right\}$ எனக்காட்டுக. இங்கு C என்பது எதேச்சை மாறிலியாகும். இதிலிருந்து $x \cos x \left(\frac{dy}{dx} \right) + y(x \sin x + \cos x) = 1$ என்பதைத் தீர்க்க.
3. ஒரு குறிப்பிட்ட சனத்தொகை $P(t)$ இன் வளர்ச்சி வீதமானது $\frac{dP}{dt} = \frac{1}{25000} P(1000 - P)$ என்பதால் தரப்பட்டுள்ளது. இங்கு t ஆனது வருடங்களில் அளக்கப்படுகிறது.

ஆரம்ப சனத்தொகை 100 எனின், 10 வருடங்களின் பின் சனத்தொகையானது $\frac{1000e^{\frac{1}{25}}}{9 + e^{\frac{1}{25}}}$ எனக்காட்டுக.