The Open University of Sri Lanka
B.Sc/B.Ed. Degree Programme
Open Book Test (OBT) - 2009/2010
Applied Mathematics-Level 03
APU1142 – Differential Equations

Duration: - **One and half hours**

Date: - 01-03-2010 **Time:- 4.00pm - 5.30pm.**

Answer **ALL** Questions.

1. (i) Solve the differential equation $\sec y\dfrac{dy}{dx}+\sin(x-y)=\sin(x+y)$, by separating variables.

   (ii) Using a suitable substitution, transform the differential equation $\dfrac{dy}{dx}=\tan^2(x+y)$ to variable separable form and hence solve the given equation.

   (iii) Use the substitution $y=vx$ to solve the differential equation $\dfrac{dy}{dx}+\dfrac{y^2+3xy}{x^2+xy}=0$.

2. (i) Show that the following differential equation is exact and hence solve it:

$$\left(x^4-2xy^2+y^4\right)dx+\left(4xy^3-2x^2y-\sin(y)\right)dy=0.$$

   (ii) Show that the general solution of the first order linear differential equation,

$$\frac{dy}{dx}+P(x)\,y=Q(x) \text{ is}$$

$$y(x)=e^{-\int P(x)dx}\left\{\int Q(x)\,e^{\int P(x)dx}\,dx+C\right\},$$ where C is an arbitrary constant.

   Hence, solve $x\cos x\left(\dfrac{dy}{dx}\right)+y\left(x\sin x+\cos x\right)=1$.

3. The rate at which a certain population $P(t)$ grows is governed by

$$\frac{dP}{dt}=\frac{1}{25000}P\left(1000-P\right),$$ where t is measured in years.

If the initial population is 100, show that the population after 10 years is $\dfrac{1000e^{\frac{2}{5}}}{9+e^{\frac{2}{5}}}$.

இலங்கை திறந்த பல்கலைக்கழகம்
விஞ்ஞான/கல்வி பட்டப்பாடநெறி
திறந்த புத்தகப் பரீட்சை (OBT) 2009/2010
பிரயோக கணிதம் – மட்டம் 03
APU 1142 – வகையீட்டுச் சமன்பாடுகள்

காலம் :- ஒன்றரை மணித்தியாலங்கள்.

நாள் :- **01-03-2010.** நேரம்:- பி.ப **4.00**– பி.ப **5.30**

ஏல்லா வினாக்களுக்கும் விடையளிக்குக.

1. (i) மாறிகளை வேறாக்குவதன் மூலம் $\sec y\dfrac{dy}{dx}+\sin(x-y)=\sin(x+y)$ என்னும் வகையீட்டுச் சமன்பாட்டைத் தீர்க்க.

(ii) பொருத்தமான பிரதியீட்டை பயன்படுத்தி $\dfrac{dy}{dx}=\tan^2(x+y)$ என்னும் வகையீட்டுச் சமன்பாட்டை மாறி வேறாக்கத்தகு வடிவத்திற்கு உருமாற்றுக. மேலும் இதிலிருந்து தரப்பட்ட சமன்பாட்டைத் தீர்க்க.

(iii) $y=vx$ என்னும் பிரதியீட்டை பயன்படுத்தி $\dfrac{dy}{dx}+\dfrac{y^2+3xy}{x^2+xy}=0$ என்னும் வகையீட்டுச் சமன்பாட்டைத் தீர்க்க.

2. (i) $\left(x^4-2xy^2+y^4\right)dx+\left(4xy^3-2x^2y-\sin(y)\right)dy=0$ என்னும் வகையீட்டுச் சமன்பாடு செப்பமானது எனக்காட்டி இதிலிருந்து அதைத் தீர்க்க.

(ii) $\dfrac{dy}{dx}+P(x)\,y=Q(x)$ என்னும் முதலாம்படி ஏகபரிமாண வகையீட்டுச் சமன்பாட்டின் பொதுத்தீர்வு $y(x)=e^{-\int P(x)dx}\left\{\int Q(x)\,e^{\int P(x)dx}\,dx+C\right\}$ எனக்காட்டுக. இங்கு C என்பது எதேச்சை மாறிலியாகும். இதிலிருந்து $x\cos x\left(\dfrac{dy}{dx}\right)+y\left(x\sin x+\cos x\right)=1$ என்பதைத் தீர்க்க.

3. ஒரு குறிப்பிட்ட சனத்தொகை $P(t)$ இன் வளர்ச்சி வீதமானது $\dfrac{dP}{dt}=\dfrac{1}{25000}P(1000-P)$ என்பதால் தரப்பட்டுள்ளது. இங்கு t ஆனது வருடங்களில் அளக்கப்படுகிறது.

ஆரம்ப சனத்தொகை 100 எனின், 10 வருடங்களின் பின் சனத்தொகையானது $\dfrac{1000e^{\frac{2}{5}}}{9+e^{\frac{2}{5}}}$ எனக்காட்டுக.
