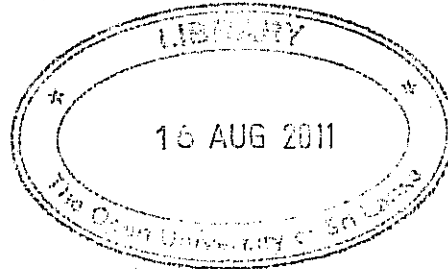


The Open University of Sri Lanka
B.Sc/B.Ed. Degree Programme
Closed Book Test (CBT) - 2009/2010
Applied Mathematics - Level 03
APU1142 – Differential Equations



Duration: - One and half hours

Date: - 21-04-2010

Time: - 4.00pm - 5.30pm.

Answer ALL Questions.

1. (a) Consider the differential equation $\frac{d^2y}{dx^2} - 5\frac{dy}{dx} + 6y = 0$.
 - (i) Show that e^{2x} and e^{3x} are linearly independent solutions of the above equation.
 - (ii) Write the general solution of the given equation.
 - (iii) Find the solution that satisfies the conditions $y(0) = 2$ and $y'(0) = 3$.
- (b) Find the general solution of each of the following differential equations:
 - (i) $\frac{d^3y}{dx^3} - 6\frac{d^2y}{dx^2} + 11\frac{dy}{dx} - 6y = 0$,
 - (ii) $\frac{d^3y}{dx^3} - 8y = 0$.
2. (a) Find the value of the constants a, b, p and q so that the function $a \sin px + b \cos qx$ is a particular integral of the differential equation, $\frac{d^2y}{dx^2} + 4\frac{dy}{dx} + 3y = 8 \cos x - 6 \sin x$.
- (b) Use the D -operator method to find the particular integrals of the following differential equations and hence solve:
 - (i) $(D+3)^2 y = 50e^{2x}$,
 - (ii) $(D^2 + 3D + 2)y = e^{2x} \sin 2x$; where $\left(D \equiv \frac{d}{dx}\right)$.
3. (a) Find the Taylor series expansion of the function $f(x) = \ln x$, about the point $x_0 = 1$ and find the interval of convergence of the expansion.
- (b) Show that the series solution of the differential equation $\frac{d^2y}{dx^2} = x \frac{dy}{dx}$ takes of the form, $y = a_0 y_1(x) + a_1 y_2(x)$; where a_0 and a_1 are arbitrary constants and $y_1(x)$ and $y_2(x)$ are functions of x to be determined.

ශ්‍රී ලංකා විවිධ විශ්වවිද්‍යාලය
 විද්‍යාවේදී/ අධ්‍යාපනවේදී උපාධි පාඨමාලාව
 සංවික පොත් පරීක්ෂණය (CBT) - 2009/2010
 ව්‍යවහාරික ගණිතය - තුන්වන මට්ටම
 APU 1142 - අවකල සමීකරණ



කාලය පැය 1½ යි.

දිනය : 2010.04.21

වේලාව - ප.ව. 4.00 - ප.ව. 5.30 දක්වා.

ප්‍රශ්න සියල්ලටම පිළිතුරු සපයන්න.

1. (a) $\frac{d^2y}{dx^2} - 5\frac{dy}{dx} + 6y = 0$ අවකල සමීකරණය සලකන්න.

- (i) e^{2x} සහ e^{3x} යනු ඉහත සමීකරණයේ එකඟ ලෙස ස්වයංත්ත විසඳුම් බව පෙන්වන්න.
- (ii) දී ඇති සමීකරණයේ සාධාරණ විසඳුම ලියන්න.
- (iii) $y(0) = 2$ සහ $y'(0) = 3$ කොන්දේසි තෘප්ත කරන විසඳුම සොයන්න.

(b) පහත දැක්වෙන එක් එක් අවකල සමීකරණවල සාධාරණ විසඳුම සොයන්න.

- (i) $\frac{d^3y}{dx^3} - 6\frac{d^2y}{dx^2} + 11\frac{dy}{dx} - 6y = 0,$
- (ii) $\frac{d^3y}{dx^3} - 8y = 0.$

2. (a) $a \sin px + b \cos qx$ යන ශ්‍රිතය $\frac{d^2y}{dx^2} + 4\frac{dy}{dx} + 3y = 8 \cos x - 6 \sin x$ අවකල සමීකරණයේ, ව්‍යක්තික අනුකලයක් වන පරිදි a, b, p සහ q නියත සොයන්න.

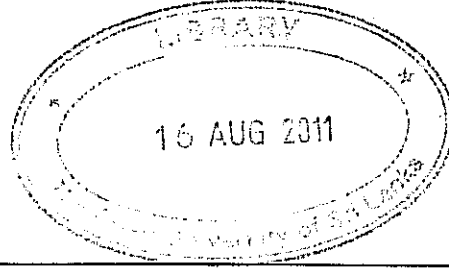
(b) පහත දැක්වෙන අවකල සමීකරණවල ව්‍යක්තික අනුකලය සෙවීමට “D-operator” ක්‍රමය භාවිතා කරන්න. තවද මෙම සමීකරණ විසඳන්න.

- (i) $(D+3)^2 y = 50e^{2x},$
- (ii) $(D^2 + 3D + 2)y = e^{2x} \sin 2x;$ මෙහි $\left(D \equiv \frac{d}{dx} \right).$

3. (a) $f(x) = \ln x$ ශ්‍රිතය සඳහා $x_0 = 1$ ලක්ෂ්‍යය වටා වේලර් ශ්‍රේණි ප්‍රසාරණය සොයන්න. තවද මෙම ප්‍රසාරණයේ අභිසාරී ප්‍රාන්තරය සොයන්න.

(b) $\frac{d^2y}{dx^2} = x\frac{dy}{dx}$ අවකල සමීකරණයේ ශ්‍රේණිය විසඳුම, a_0 සහ a_1 යනු අහිමත නියත වීම $y = a_0 y_1(x) + a_1 y_2(x)$ ආකාරයෙන් ප්‍රකාශ කල හැකි බව පෙන්වන්න; මෙහි $y_1(x)$ සහ $y_2(x)$ යනු නිර්ණය කල යුතු x හි ශ්‍රිත වේ.

இலங்கை திறந்த பல்கலைக்கழகம்
விஞ்ஞான/கல்வி பட்டப்பாடநெறி
மூடிய புத்தகப் பரீட்சை (CBT) 2009/2010
பிரயோக கணிதம் - மட்டம் 03
APU 1142 - வகையீட்டுச் சமன்பாடுகள்



காலம் :- ஒன்றரை மணித்தியாலங்கள்.

நாள் :- 21-04-2010.

நேரம்:- பிய 4.00-பிய 5.30.

எல்லா வினாக்களுக்கும் விடையளிக்குக.

1. (a) $\frac{d^2y}{dx^2} - 5\frac{dy}{dx} + 6y = 0$ என்னும் வகையீட்டுச் சமன்பாட்டைக் கருதுக.

(i) e^{2x} மற்றும் e^{3x} என்பன மேற்படி சமன்பாட்டின் ஏகபரிமாண முறையாய்ச் சாராத தீர்வுகள் எனக்காட்டுக.

(ii) தரப்பட்ட சமன்பாட்டின் பொதுத்தீர்வினை எழுதுக.

(iii) $y(0) = 2$ மற்றும் $y'(0) = 3$ என்னும் நிபந்தனைகளை திருப்தியாக்கும் தீர்வினைக் காண்க.

(b) பின்வரும் ஒவ்வொரு வகையீட்டுச் சமன்பாடுகளினதும் பொதுத்தீர்வினைக் காண்க.

(i) $\frac{d^3y}{dx^3} - 6\frac{d^2y}{dx^2} + 11\frac{dy}{dx} - 6y = 0,$

(ii) $\frac{d^3y}{dx^3} - 8y = 0.$

2. (a) $a \sin px + b \cos qx$ என்னும் சார்பு $\frac{d^2y}{dx^2} + 4\frac{dy}{dx} + 3y = 8 \cos x - 6 \sin x$ என்னும் வகையீட்டுச் சமன்பாட்டின் குறிப்பிட்ட தொகையீடாக அமையுமாறுள்ள மாறிலிகள் a, b, p மற்றும் q என்பவற்றைக் காண்க.

(b) D - செயலி முறையைப் பயன்படுத்தி பின்வரும் வகையீட்டுச் சமன்பாடுகளின் குறிப்பிட்ட தொகையீட்டைக் காண்க. இதிலிருந்து அவற்றைத் தீர்க்க.

(i) $(D+3)^2 y = 50e^{2x},$

(ii) $(D^2 + 3D + 2)y = e^{2x} \sin 2x;$ இங்கு $\left(D = \frac{d}{dx} \right).$

3. (a) $f(x) = \ln x$ என்னும் சார்பின் தெயிலர் தொடர் விரிவை $x_0 = 1$ என்னும் புள்ளி பற்றி காண்க, மற்றும் மேற்படி விரிவின் ஒருங்கல் ஆயிடையைக் காண்க.

(b) $\frac{d^2y}{dx^2} = x \frac{dy}{dx}$ என்னும் வகையீட்டுச் சமன்பாட்டின் தொடர் தீர்வு $y = a_0 y_1(x) + a_1 y_2(x)$

என்னும் வடிவத்தை எடுக்கும் எனக்காட்டுக. இங்கு a_0 மற்றும் a_1 என்பன எதேச்சை மாறிலிகள் மற்றும், $y_1(x)$ மற்றும் $y_2(x)$ என்பன x இன் கணிக்கப்படவேண்டிய சார்புகள் ஆகும்.