The Open University of Sri Lanka
B.Sc/B.Ed. Degree Programme
Open Book Test (OBT) - 2010/2011
Applied Mathematics-Level 03
APU1140 - Vector Algebra

LIBRARY
16 AUG 2011
The Open University of Sri Lanka

Duration:-One and half hours

Date:-07.09.2010 **Time:-4.00p.m.-5.30p.m.**

Answer **ALL** the questions

1. The position vectors of the vertices A, B and C of a tetrahedron $ABCD$ with respect to vertex D are $\underline{a}$, $\underline{b}$ and $\underline{c}$ respectively.

Show, with respect to D, that the position vector of

(i) the mid-point E of BC is $\frac{1}{2}(\underline{b}+\underline{c})$,

(ii) the point F which divides AE in the ratio $2:1$ is $\frac{1}{3}(\underline{a}+\underline{b}+\underline{c})$,

(iii) the point G which divides DF in the ratio $3:1$ is $\frac{1}{4}(\underline{a}+\underline{b}+\underline{c})$.

Write down the vector equations of AG and DE, and verify that they intersect at a point H whose position vector with respect to D is $\frac{1}{3}(\underline{b}+\underline{c})$.

2. Define the scalar product $\underline{a}\cdot\underline{b}$ of two non-zero vectors $\underline{a}$ and $\underline{b}$.

(a) Find the angle between $\underline{a}$ and $\underline{b}$ in each of the following cases:

(i) $\underline{a}\cdot(\underline{a}+2\underline{b})=0$ and $|\underline{b}|=|\underline{a}|$

(ii) $|\underline{a}+\underline{b}|=|\underline{a}-\underline{b}|$

(b) Find the vector equation of the straight line l_1 through the point $(1,3)$, parallel to the vector $\underline{i}+2\underline{j}$.

Let l_2 be the straight line given by $\underline{r}=5\underline{i}+2\underline{j}+\mu(\underline{i}-\underline{j})$, where μ is a parameter.

Find the coordinates of the point of intersection of l_1 and l_2.

Also, find the acute angle between l_1 and l_2.

3. Define the vector product $\underline{a}\times\underline{b}$ of two non-zero vectors $\underline{a}$ and $\underline{b}$.

(a) Evaluate the following:

(i) $\dfrac{|\underline{a}\times\underline{b}|^2+|\underline{a}\cdot\underline{b}|^2}{|\underline{a}|^2\,|\underline{b}|^2}$

(ii) $\underline{a}\cdot[\underline{b}\times(\underline{a}-\underline{b})]$

(b) $Oxyz$ is a system of right handed rectangular Cartesian co-ordinates and $\underline{i}$, $\underline{j}$, $\underline{k}$ are unit vectors along the positive directions of Ox, Oy, Oz axis, respectively.

The position vectors of the points P, Q, R with respect to the origin O are $\underline{p}=2\underline{i}-3\underline{j}+\underline{k}$, $\underline{q}=\underline{i}-\underline{j}+2\underline{k}$ and $\underline{r}=x\underline{i}+y\underline{j}+z\underline{k}$ respectively.

If $\overrightarrow{PQ}\times\overrightarrow{PR}=\overrightarrow{OR}$, find $|\underline{r}|$ and the position vector $\underline{s}$ of the point S such that $PQRS$ is a parallelogram.

Deduce the area of the parallelogram $PQRS$.

ශ්‍රී ලංකා විවෘත විශ්වවිද්‍යාලය
විද්‍යාවේදී/ අධ්‍යාපනවේදී උපාධි පාඨමාලාව
විවෘත පොත් පරීක්ෂණය (OBT) - 2010/2011
ව්‍යවහාරික ගණිතය - තුන්වන මට්ටම
APU 1140 – දෛශික විජය

කාලය පැය 1½ යි.

දිනය : 2010.09.07 — වේලාව - ප.ව. **4.00** - ප.ව. **5.30** දක්වා.

ප්‍රශ්න සියල්ලටම පිළිතුරු සපයන්න.

1. $ABCD$ චතුස්තලයක A, B හා C ශීර්ෂවල පිහිටුම් දෛශික D ශීර්ෂය අනුබද්ධයෙන් $\underline{a}$, $\underline{b}$ හා $\underline{c}$ වේ. D අනුබද්ධයෙන්,

(i) BC හි මධ්‍ය දෛශික වන, E හි පිහිටුම් දෛශිකය $\frac{1}{2}(\underline{b}+\underline{c})$,

(ii) $2:1$ අනුපාතයට AE බෙදෙන F ලක්ෂ්‍යයෙහි පිහිටුම් දෛශිකය $\frac{1}{3}(\underline{a}+\underline{b}+\underline{c})$,

(iii) $3:1$ අනුපාතයට DF බෙදෙන G ලක්ෂ්‍යයෙහි පිහිටුම් දෛශිකය $\frac{1}{4}(\underline{a}+\underline{b}+\underline{c})$,

බව පෙන්වන්න.

AG හා DE හි දෛශික සමීකරණ ලියා දක්වා, ඒවායේ ඡේදන ලක්ෂ්‍යය වන, H හි පිහිටුම් දෛශිකය D අනුබද්ධයෙන් $\frac{1}{3}(\underline{b}+\underline{c})$ බව සත්‍යාපනය කරන්න.

2. $\underline{a}$ හා $\underline{b}$ නිශ්-ශුන්‍ය දෛශික දෙකක $\underline{a}\cdot\underline{b}$ අදිශ ගුණිතය අර්ථ දක්වන්න.

(a) පහත සඳහන් එක් එක් අවස්ථාවේ දී $\underline{a}$ හා $\underline{b}$ අතර කෝණය සොයන්න:

(i) $\underline{a}\cdot(\underline{a}+2\underline{b})=0$ සහ $|\underline{b}|=|\underline{a}|$

(ii) $|\underline{a}+\underline{b}|=|\underline{a}-\underline{b}|$

(b) $\underline{i}+2\underline{j}$ දෛශිකට සමාන්තරව $(1,3)$ ලක්ෂ්‍යය හරහා යන l_1 සරල රේඛාවෙහි දෛශික සමීකරණය සොයන්න.

μ පරාමිතියක් වූ $\underline{r}=5\underline{i}+2\underline{j}+\mu(\underline{i}-\underline{j})$ මගින් දෙනු ලබන රේඛාව l_2 ලෙස ගනිමු. l_1 හා l_2 හි ඡේදන ලක්ෂ්‍යයෙහි ඛණ්ඩාංක සොයන්න.

තවද, l_1 හා l_2 අතර සුළු කෝණය සොයන්න.

3. $\underline{a}$ හා $\underline{b}$ නිශ්-ශූන්‍ය දෛශික දෙකක $\underline{a}\times\underline{b}$ දෛශික ගුණිතය අර්ථ දක්වන්න.

(a) පහත සඳහන් ඒවා අගයන්න:

(i) $\dfrac{|\underline{a}\times\underline{b}|^2+|\underline{a}\cdot\underline{b}|^2}{|\underline{a}|^2|\underline{b}|^2}$

(ii) $\underline{a}\cdot[\underline{b}\times(\underline{a}-\underline{b})]$

(b) $Oxyz$ යනු සුරත් සෘජුකෝණාස්‍ර කාටීසීය ඛණ්ඩාංක පද්ධතියකි; $\underline{i}$, $\underline{j}$,$\underline{k}$ යනු පිළිවෙලින් Ox, Oy, Oz අක්ෂවල ධන දිශා ඔස්සේ වූ ඒකක දෛශිකයි. O මූල ලක්ෂ්‍යය අනුබද්ධයෙන් P, Q, R ලක්ෂ්‍යවල පිහිටුම් දෛශික පිළිවෙලින් $\underline{p}=2\underline{i}-3\underline{j}+\underline{k}$ $\underline{q}=\underline{i}-\underline{j}+2\underline{k}$ $\underline{r}=x\underline{i}+y\underline{j}+z\underline{k}$ වෙයි.

$\overline{PQ}\times\overline{PR}=\overline{OR}$ නම්, $|\underline{r}|$ සොයන්න. $PQRS$ සමාන්තරාස්‍රයක් වන පරිදි S ලක්ෂ්‍යයේ $\underline{s}$ පිහිටුම් දෛශිකය සොයන්න.

$PQRS$ සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලය අපෝහනය කරන්න.

இலங்கை திறந்த பல்கலைக்கழகம்
விஞ்ஞான/கல்வி பட்டப்பாடநெறி
திறந்த புத்தகப் பரீட்சை **(OBT) 2010/2011**
பிரயோக கணிதம் – மட்டம் **03**
APU 1140 – காவி அட்சரகணிதம்

LIBRARY
15 AUG 2011
The Open University

காலம் :- ஒன்றரை மணித்தியாலங்கள்.

நாள் :- **07-09-2010.** நேரம்:- பி.ப **4.00**– பி.ப **5.30**

எல்லா வினாக்களுக்கும் விடையளிக்குக.

1. நான்முகி $ABCD$ இன் உச்சிகள் A, B மற்றும் C இன் உச்சி D சார்பான தானக்காவிகள் முறையே $\underline{a}$, $\underline{b}$ மற்றும் $\underline{c}$ ஆகும்.

D சார்பான

(i) BC இன் நடுப்புள்ளி E இன் தானக்காவி $\frac{1}{2}(\underline{b}+\underline{c})$,

(ii) AE ஐ $2:1$ என்னும் விகிதத்தில் பிரிக்கும் புள்ளி F இன் தானக்காவி $\frac{1}{3}(\underline{a}+\underline{b}+\underline{c})$,

(iii) DF ஐ $3:1$ என்னும் விகிதத்தில் பிரிக்கும் புள்ளி G இன் தானக்காவி $\frac{1}{4}(\underline{a}+\underline{b}+\underline{c})$,

எனக்காட்டுக.

AG மற்றும் DE என்பவற்றின் காவிச்சமன்பாடுகளை எழுதுக, மற்றும் அவை D சார்பாக $\frac{1}{3}(\underline{b}+\underline{c})$ என்னும் தானக்காவியை உடைய H என்னும் புள்ளியில் இடைவெட்டும் என்பதை வாய்ப்புப்பார்க்க.

2. எண்ணிப்பெருக்கம் $\underline{a}\cdot\underline{b}$ ஐ பூச்சியமல்லாத காவிகள் $\underline{a}$ மற்றும் $\underline{b}$ இற்கு வரையறுக்க.

(a) பின்வரும் ஒவ்வொரு வகையிலும் $\underline{a}$ இற்கும் $\underline{b}$ இற்கும் இடைப்பட்ட கோணத்தைக் காண்க.

(i) $\underline{a}\cdot(\underline{a}+2\underline{b})=0$ மற்றும் $|\underline{b}|=|\underline{a}|$

(ii) $|\underline{a}+\underline{b}|=|\underline{a}-\underline{b}|$

(b) (1,3) என்னும் புள்ளியினூடாக செல்வதும், $\underline{i}+2\underline{j}$ என்னும் காவிக்கு சமாந்தரமானதுமான நேர்கோடு l_1 இன் காவிச்சமன்பாட்டைக் காண்க.

l_2 ஆனது $\underline{r}=5\underline{i}+2\underline{j}+\mu(\underline{i}-\underline{j})$ எனத்தரப்பட்டுள்ள நேர்கோடு என்க. இங்கு μ ஆனது பரமானம் ஆகும். l_1 மற்றும் l_2 இடைவெட்டும் புள்ளியின் ஆள்கூறுகளைக் காண்க. அத்துடன், l_1 மற்றும் l_2 இற்கு இடைப்பட்ட கூர்ங்கோணத்தைக் காண்க.

3. காவிப்பெருக்கம் $\underline{a}\times\underline{b}$ ஐ பூச்சியமல்லாத காவிகள் $\underline{a}$ மற்றும் $\underline{b}$ இற்கு வரையறுக்க.

(a) பின்வருவனவற்றின் பெறுமானங்களைக் கணிக்க.

(i) $\dfrac{|\underline{a}\times\underline{b}|^2+|\underline{a}\cdot\underline{b}|^2}{|\underline{a}|^2|\underline{b}|^2}$

(ii) $\underline{a}\cdot[\underline{b}\times(\underline{a}-\underline{b})]$

(b) $Oxyz$ என்பது வலக்கை செங்கோண தெக்காட்டின் ஆள்கூற்றுத் தொகுதியாகும். $\underline{i}$, $\underline{j}$,$\underline{k}$ என்பன முறையே Ox, Oy, Oz அச்சுக்களின் நேர்த்திசையுடனான அலகுக்காவிகள் ஆகும். P, Q, R என்னும் புள்ளிகளின் உற்பத்திப் புள்ளி O சார்பான தானக்காவிகள் முறையே $\underline{p}=2\underline{i}-3\underline{j}+\underline{k}$, $\underline{q}=\underline{i}-\underline{j}+2\underline{k}$ மற்றும் $\underline{r}=x\underline{i}+y\underline{j}+z\underline{k}$ ஆகும்.

$\overline{PQ}\times\overline{PR}=\overline{OR}$ எனின், $|\underline{r}|$ மற்றும் $PQRS$ ஒரு இணைகரமாகுமாறு உள்ள புள்ளி S இன் தானக்காவி $\underline{s}$ என்பவற்றைக் காண்க.

இணைகரம் $PQRS$ இன் பரப்பளவை உய்த்தறிக.