00127

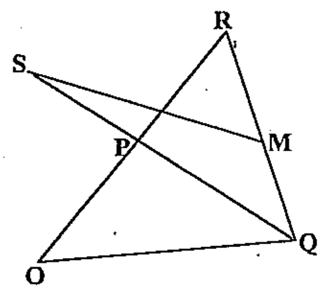
ශ්‍රී ලංකා විවෘත විශ්වවිද්‍යාලය
විද්‍යාවේදී/ අධ්‍යාපනවේදී උපාධි පාඨමාලාව
අවසාන පරීක්ෂණය - 2010/2011
ව්‍යවහාරික ගණිතය - තුන්වන මට්ටම
APU 1140/APE 3140 – දෛශික විජය

කාලය පැය දෙකයි.

දිනය: **2010.12.27** | වේලාව: පෙ.ව. **9.30** - පෙ.ව. **11.30** දක්වා.

[6] වන ප්‍රශ්නයට සහ තවත් ප්‍රශ්න තුනකට පිළිතුරු සපයන්න.

1. (a) පහත දැක්වෙන රූපය සලකන්න; මෙහි $\overrightarrow{QP}=\underline{p}$, $\overrightarrow{OR}=3\underline{p}$, $\overrightarrow{OQ}=\underline{q}$ වේ. M යනු QR හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යයයි.



(i) $\overrightarrow{OP}$ සහ $\overrightarrow{RQ}$, $\underline{p}$ හා $\underline{q}$ ඇසුරෙන් ප්‍රකාශ කරන්න.

(ii) $\overrightarrow{MQ}$ යන්න $\underline{p}$ හා $\underline{q}$ ඇසුරෙන් ප්‍රකාශ කරන්න.

(iii) S යනු දික් කරන ලද QP මත $\overrightarrow{QS}=k\overrightarrow{QP}$ වන පරිදි වූ ලක්ෂ්‍යයක් නම්, $\overrightarrow{MS}$ යන්න, $\underline{p}$, $\underline{q}$ සහ k ඇසුරෙන් ප්‍රකාශ කරන්න.

(iv) $\overrightarrow{MS}$ යන්න $\overrightarrow{QO}$ ට සමාන්තර නම්, k හි අගය සොයන්න.

(b) $\underline{i},\underline{j},\underline{k}$ යනු $Oxyz$ සුරත් කාටීසීය ඛණ්ඩාංක පද්ධතියක පිළිවෙලින් Ox, Oy හා Oz අක්ෂවල ධන දිශා ඔස්සේ වූ ඒකක දෛශිකයි.

$\overrightarrow{OA}=4\underline{i}+14\underline{j}-5\underline{k}$, $\overrightarrow{OB}=\underline{i}+2\underline{j}+7\underline{k}$ සහ $\overrightarrow{OC}=2\underline{i}+6\underline{j}+3\underline{k}$ නම්, $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{CA}$ දෛශික සමාන්තර බව පෙන්වන්න.

A,B හා C ලක්ෂ්‍ය ඒකරේඛීය බව අපෝහනය කරන්න.

2. (a) $\underline{a}$ හා $\underline{b}$ නිශ්-ශූන්‍ය දෛශික දෙකක $\underline{a}\cdot\underline{b}$ අදිශ ගුණිතය අර්ථ දක්වන්න.

(i) $\underline{a}=3\underline{i}-\underline{j}+2\underline{k}$ සහ $\underline{b}=m\underline{i}-2\underline{j}-3\underline{k}$ නම්, $\underline{a}$ හා $\underline{b}$ ලම්බක වන පරිදි m හි අගය සොයන්න.

(ii) $\underline{i}+\underline{j}$ සහ $\underline{i}+\underline{j}+\lambda\underline{k}$ දෛශික අතර කෝණය 45^0 කි. λ හි විය හැකි අගයයන් සොයන්න.

(b) OAB යනු $\overrightarrow{OA}=\underline{a}$ හා $\overrightarrow{OB}=\underline{b}$ වන පරිදි වූ ත්‍රිකෝණයක් ලෙස ගනිමු. E හා F යනු පිළිවෙළින් OA සහ OB මත, $OE:EA=OF:FB=1:3$ වන පරිදි වූ ලක්ෂ්‍ය ලෙස ගනිමු.

$\overrightarrow{BE}=\frac{1}{4}\underline{a}-\underline{b}$ බව පෙන්වා, $BE^2=\frac{1}{16}|\underline{a}|^2+|\underline{b}|^2-\frac{1}{2}\underline{a}\cdot\underline{b}$ බව අපෝහනය කරන්න.

AF^2 සඳහා, මෙවැනිම ප්‍රකාශනයක් ලියා $AF=BE$ නම්, $OA=OB$ බව අපෝහනය කරන්න.

3. (a) $OABC$ යනු චතුස්තලයකි. $\overline{OA} = \underline{a}$, $\overline{OB} = \underline{b}$ සහ $\overline{OC} = \underline{c}$ වේ. $\underline{s}_1, \underline{s}_2, \underline{s}_3$ හා $\underline{s}_4$ යනු පිළිවෙළින් OAB, OBC, OCA හා ABC මුහුණත්වල වර්ගඵලවලට සමාන විශාලත්ව ඇති දෛශික යැයි ද ඒවා පිළිවෙළින් මුහුණත්වලට ලම්බ ලෙස පිටි අතට එල්ල වී ඇති ඇතැයි ද සිතමු.

$\left|\underline{a}\times\underline{b}\right|$ ජ්‍යාමිතික ලෙස විවරණය කරන්න; එනයින්, $\dfrac{\left|\underline{a}\times\underline{b}\right|}{\left|\underline{s}_1\right|} + \dfrac{\left|\underline{b}\times\underline{c}\right|}{\left|\underline{s}_2\right|} + \dfrac{\left|\underline{c}\times\underline{a}\right|}{\left|\underline{s}_3\right|}$ සොයන්න.

තවද, $\sum_{r=1}^{4} \underline{s}_r$ සොයන්න.

(b) O මූලයක් අනුබද්ධයෙන් A, B සහ C ලක්ෂ්‍යවල පිහිටුම් දෛශික පිළිවෙළින් $6\underline{i} - 4\underline{j} + 4\underline{k}$, $-6\underline{i} + 4\underline{j} - 12\underline{k}$, $-\underline{i} - 2\underline{j} - 3\underline{k}$ සහ $\underline{i} + 2\underline{j} - 5\underline{k}$ වේ. AB සහ CD රේඛා ඡේදනය වන බව සාධනය කරන්න.

තවද, ඡේදන ලක්ෂ්‍යයේ පිහිටුම් දෛශිකය සොයන්න.

4. $(1,4,2), (1,0,5)$ සහ $(0,8,-1)$ යන ලක්ෂ්‍යයන් π_1 තලය මත පිහිටයි. $(2,2,3)$ ලක්ෂ්‍යය π_2 තලය මත පිහිටන අතර, $(\underline{i} + 2\underline{j} + 2\underline{k})$ දෛශිකය තලයට අභිලම්බ වේ. $(\alpha, 0, \beta)$ ලක්ෂ්‍යය, π_1 සහ π_2 තල දෙකම මත පිහිටයි.

(i) π_1 තලයෙහි කාටීසියානු සමීකරණය සොයන්න.

(ii) π_2 තලයෙහි කාටීසියානු සමීකරණය සොයන්න.

(iii) π_1 සහ π_2 තල දෙක අතර සුළු කෝණය $\cos^{-1}\left(\dfrac{14}{15}\right)$ බව පෙන්වන්න.

(iv) α සහ β සොයා, තල දෙකෙහි ඡේදන රේඛාවේ සමීකරණය $\underline{r} = \underline{p} + \lambda\underline{q}$ ආකාරයෙන් ප්‍රකාශ කරන්න.

(v) $(1,1,\mu)$ ලක්ෂ්‍යය, π_1 සහ π_2 තල දෙකටම සමදුරින් පිහිටයි නම්, μ ට ගතහැකි අගයයන් සොයන්න.

5. (a) $\underline{f}$ යනු t හි අවකල්‍ය දෛශික ශ්‍රිතයක් ලෙස ගනිමු.

(i) $2\int\left(\underline{f}(t)\cdot\frac{d\underline{f}}{dt}\right)dt=\left|\underline{f}(t)\right|^2+\underline{c}_1,$

(ii) $\int\left(\underline{f}(t)\times\frac{d^2\underline{f}}{dt^2}\right)dt=\underline{f}\times\frac{d\underline{f}}{dt}+\underline{c}_2$

බව සාධනය කරන්න; මෙහි $\underline{c}_1$ සහ $\underline{c}_2$ යනු අභිමත නියත දෛශික වේ.

$\underline{r}(t)=5t^2\underline{i}+t\,\underline{j}-t^3\underline{k}$ නම්, $\int_1^2\left(\underline{r}\times\frac{d^2\underline{r}}{dt^2}\right)dt$ සොයන්න.

(b) $\underline{F}(x,y)=x^2\,\underline{i}+y^2\,\underline{j}$ බලය මගින්, අංශුවක් $y=x^2$ පරාවලය දිගේ $(0,0)$ ලක්ෂ්‍යයේ සිට $(2,4)$ ලක්ෂ්‍යය දක්වා චලනය කිරීමේදී කරන කාර්යය ගණනය කරන්න.

6. අවකාශ වක්‍රයක් මත P ලක්ෂ්‍යයක කාටීසියානු ඛණ්ඩාංක (x,y,z), t පරාමිතියක් ඇසුරෙන් $x=t,\ y=t^2,\ z=\frac{2}{3}t^3$ මගින් දී ඇත. $(0,0,0)$ ලක්ෂ්‍යයේ සිට P ට ඇති චාප දුර s මගින් අංකනය කර ඇත. t ඇසුරෙන්, $\frac{dt}{ds}$ සොයන්න.

(i) P හිදී ඒකක ස්පර්ශක දෛශිකය $\hat{\mathbf{t}}=\frac{1}{2t^2+1}\left(\underline{i}+2t\,\underline{j}+2t^2\,\underline{k}\right)$ බව පෙන්වන්න.

(ii) $\frac{d\hat{\mathbf{t}}}{ds}=\kappa\,\hat{\mathbf{n}}$ සූත්‍රය භාවිතයෙන්, P ලක්ෂ්‍යයෙහි වක්‍රතාව κ, $\frac{2}{\left(2t^2+1\right)^2}$ බව පෙන්වා,

ප්‍රධාන අභිලම්බය, $\hat{\mathbf{n}}$ සොයන්න.

(iii) අපර අභිලම්බය $\hat{\mathbf{b}}$ සොයන්න.

(iv) $\frac{d\hat{\mathbf{b}}}{ds}=-\tau\,\hat{\mathbf{n}}$ සූත්‍රය භාවිතයෙන්, වක්‍රතාව සහ ව්‍යාවර්තනය τ සමාන බව පෙන්වන්න.

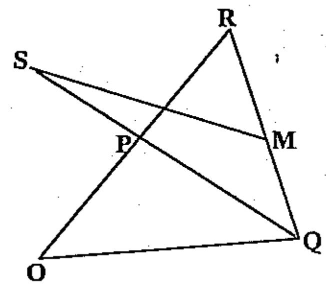
00127

The Open University of Sri Lanka
B.Sc/B.Ed. Degree Programme
Final Examination - 2010/2011
Applied Mathematics - Level 03
APU1140/APE 3140 – Vector Algebra
Duration: - Two hours

Date: 27.12.2010 **Time: 9.30 a.m. - 11.30 a.m.**

Answer **Question No. 6** and **three** other questions.

1. (a) Consider the following figure, where $\overrightarrow{QP} = \underline{p}$, $\overrightarrow{OR} = 3\underline{p}$, $\overrightarrow{OQ} = \underline{q}$. M is the mid-point of QR.



(i) Express $\overrightarrow{OP}$ and $\overrightarrow{RQ}$ in terms of $\underline{p}$ and $\underline{q}$.

(ii) Express $\overrightarrow{MQ}$ in terms of $\underline{p}$ and $\underline{q}$.

(iii) If S lies on QP produced such that $\overrightarrow{QS} = k\overrightarrow{QP}$, express $\overrightarrow{MS}$ in terms of $\underline{p}, \underline{q}$ and k.

(iv) Find the value of k if $\overrightarrow{MS}$ is parallel to $\overrightarrow{QO}$.

(b) $\underline{i}, \underline{j}, \underline{k}$ are the unit vectors in the positive directions of Ox, Oy, Oz axes, respectively, in a right-handed rectangular Cartesian coordinate system $Oxyz$. If $\overrightarrow{OA} = 4\underline{i} + 14\underline{j} - 5\underline{k}$, $\overrightarrow{OB} = \underline{i} + 2\underline{j} + 7\underline{k}$ and $\overrightarrow{OC} = 2\underline{i} + 6\underline{j} + 3\underline{k}$, show that the vectors $\overrightarrow{BC}$ and $\overrightarrow{CA}$ are parallel.

Deduce that the points A, B and C are collinear.

2. (a) Define the scalar product $\underline{a} \cdot \underline{b}$ of two non-zero vectors $\underline{a}$ and $\underline{b}$.

(i) If $\underline{a} = 3\underline{i} - \underline{j} + 2\underline{k}$ and $\underline{b} = m\underline{i} - 2\underline{j} - 3\underline{k}$, find the value of m for which $\underline{a}$ and $\underline{b}$ are perpendicular.

(ii) The angle between the vectors $\underline{i} + \underline{j}$ and $\underline{i} + \underline{j} + \lambda\underline{k}$ is 45^0. Find the possible values of λ.

(b) Let OAB be a triangle, such that $\overrightarrow{OA} = \underline{a}$ and $\overrightarrow{OB} = \underline{b}$. Let E and F be the points on OA and OB respectively, such that $OE : EA = OF : FB = 1:3$.

Show that $\overrightarrow{BE} = \frac{1}{4}\underline{a} - \underline{b}$, and deduce that $BE^2 = \frac{1}{16}|\underline{a}|^2 + |\underline{b}|^2 - \frac{1}{2}\underline{a} \cdot \underline{b}$.

Write down a similar expression for AF^2 and deduce that if $AF = BE$, then $OA = OB$.

3. (a) $OABC$ is a tetrahedron and $\overrightarrow{OA}=\underline{a}$, $\overrightarrow{OB}=\underline{b}$ and $\overrightarrow{OC}=\underline{c}$. Let $\underline{s}_1, \underline{s}_2, \underline{s}_3$ and $\underline{s}_4$ be the vectors whose magnitudes are respectively equal to the areas of the faces OAB, OBC, OCA and ABC; and they are directed outwardly and perpendicularly to these faces, respectively.

Interpret $|\underline{a}\times\underline{b}|$ geometrically. Thus find $\dfrac{|\underline{a}\times\underline{b}|}{|\underline{s}_1|}+\dfrac{|\underline{b}\times\underline{c}|}{|\underline{s}_2|}+\dfrac{|\underline{c}\times\underline{a}|}{|\underline{s}_3|}$.

Also, find $\sum_{r=1}^{4}\underline{s}_r$.

(b) With respect to an origin O, the position vectors of the points A, B, C and D are $6\underline{i}-4\underline{j}+4\underline{k}$, $-6\underline{i}+4\underline{j}-12\underline{k}$, $-\underline{i}-2\underline{j}-3\underline{k}$ and $\underline{i}+2\underline{j}-5\underline{k}$ respectively.
Prove that the lines AB and CD intersect.

Also, find the position vector of point of intersection.

4. The plane π_1 contains the points $(1,4,2),(1,0,5)$ and $(0,8,-1)$. The plane π_2 contains the point $(2,2,3)$ and has a normal vector $(\underline{i}+2\underline{j}+2\underline{k})$. The point $(\alpha,0,\beta)$ lies on both planes π_1 and π_2.

(i) Find the Cartesian equation of π_1.
(ii) Find the Cartesian equation of π_2.
(iii) Show that the acute angle between the two planes π_1 and π_2 is $\cos^{-1}\left(\dfrac{14}{15}\right)$.
(iv) Find α and β and express the equation of the line of intersection of the two planes in the form $\underline{r}=\underline{p}+\lambda\underline{q}$.
(v) The point $(1,1,\mu)$ is equidistant from the planes π_1 and π_2. Find the possible values of μ.

5. (a) Let $\underline{f}$ be a differentiable vector function of t. Prove that

(i) $2\int\left(\underline{f}(t)\cdot\dfrac{d\underline{f}}{dt}\right)dt=|\underline{f}(t)|^2+\underline{c}_1$,

(ii) $\int\left(\underline{f}(t)\times\dfrac{d^2\underline{f}}{dt^2}\right)dt=\underline{f}\times\dfrac{d\underline{f}}{dt}+\underline{c}_2$;

where $\underline{c}_1$ and $\underline{c}_2$ are arbitrary constant vectors.

If $\underline{r}(t)=5t^2\underline{i}+t\,\underline{j}-t^3\underline{k}$, find $\int_1^2\left(\underline{r}\times\dfrac{d^2\underline{r}}{dt^2}\right)dt$.

(b) Calculate the work done by the force $\underline{F}(x,y)=x^2\,\underline{i}+y^2\,\underline{j}$ on a particle moving from the point $(0, 0)$ to $(2, 4)$ along the parabola $y=x^2$.

6. The Cartesian coordinates (x, y, z) of a point P on a space curve are given, in terms of a parameter t, by $x = t,\ \ y = t^2,\ \ z = \frac{2}{3}t^3$.

The arc distance of P, measured from the point $(0,0,0)$ is denoted by s. Find $\frac{dt}{ds}$, in terms of t.

(i) Show that the unit tangent vector at P is $\hat{\mathbf{t}} = \frac{1}{2t^2+1}\left(\underline{i} + 2t\,\underline{j} + 2t^2\,\underline{k}\right)$

(ii) Using the formula $\frac{d\hat{\mathbf{t}}}{ds} = \kappa\hat{\mathbf{n}}$, show that the curvature κ at a point P is $\frac{2}{\left(2t^2+1\right)^2}$,

and find the principal normal $\hat{\mathbf{n}}$.

(iii) Find the binormal $\hat{\mathbf{b}}$.

(iv) Using the formula $\frac{d\hat{\mathbf{b}}}{ds} = -\tau\hat{\mathbf{n}}$, show that the curvature and the torsion τ are equal.

இலங்கை திறந்த பல்கலைக்கழகம்
விஞ்ஞானமாணி/கல்விமாணி பட்டப்பாடநெறி
இறுதிப் பரீட்சை - 2010/2011
பிரயோக கணிதம் – மட்டம் 03

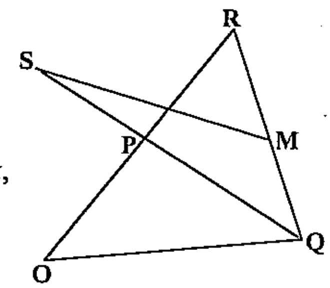
APU 1140/APE 3140 – காவி அட்சரகணிதம்

காலம் :- இரண்டு மணித்தியாலங்கள்.

நாள் :- **27-12-2010.** நேரம்:- மு.ப **9.30**– மு.ப **11.30**

6 ஆம் வினாவுக்கும் மற்றும் ஏனைய மூன்று வினாக்களுக்கும் விடையளிக்குக.

1. (a) பின்வரும் உருவத்தைக் கருதுக. இங்கு $\overrightarrow{QP} = \underline{p}$, $\overrightarrow{OR} = 3\underline{p}$, $\overrightarrow{OQ} = \underline{q}$. M இன் நடுப்புள்ளி QR ஆகும்.



(i) $\overrightarrow{OP}$ மற்றும் $\overrightarrow{RQ}$ ஐ $\underline{p}$ மற்றும் $\underline{q}$ சார்பில் எடுத்துரைக்க.

(ii) $\overrightarrow{MQ}$ ஐ $\underline{p}$ மற்றும் $\underline{q}$ சார்பில் எடுத்துரைக்க.

(iii) S ஆனது $\overrightarrow{QS} = k\overrightarrow{QP}$ ஐ ஆக்குமாறு QP மீதுள்ளது எனின், $\overrightarrow{MS}$ ஐ $\underline{p}, \underline{q}$ மற்றும் k சார்பில் எடுத்துரைக்க.

(iv) $\overrightarrow{MS}$ ஆனது $\overrightarrow{QO}$ இற்கு சமாந்தரம் எனின் k இன் பெறுமானத்தைக் காண்க

(b) $\underline{i}, \underline{j}, \underline{k}$ என்பன வலக்கை செங்கோண தெக்காட்டின் ஆள்கூற்றுத் தொகுதி $Oxyz$ இல் உள்ள, முறையே Ox, Oy, Oz அச்சுக்களின் நேர்த்திசையுடனான அலகுக்காவிகள் ஆகும். $\overrightarrow{OA} = 4\underline{i} + 14\underline{j} - 5\underline{k}$, $\overrightarrow{OB} = \underline{i} + 2\underline{j} + 7\underline{k}$ மற்றும் $\overrightarrow{OC} = 2\underline{i} + 6\underline{j} + 3\underline{k}$ எனின் $\overrightarrow{BC}$ மற்றும் $\overrightarrow{CA}$ சமாந்தரமானவை எனக்காட்டுக.
புள்ளிகள் A, B மற்றும் C என்பன ஒரே நேர்கோட்டிலுள்ளவை என உய்த்தறிக.

2. (a) எண்ணிப்பெருக்கம் $\underline{a} \cdot \underline{b}$ ஐ பூச்சியமல்லாத காவிகள் $\underline{a}$ மற்றும் $\underline{b}$ இற்கு வரையறுக்க.

(i) $\underline{a} = 3\underline{i} - \underline{j} + 2\underline{k}$ மற்றும் $\underline{b} = m\underline{i} - 2\underline{j} - 3\underline{k}$ எனின், $\underline{a}$ மற்றும் $\underline{b}$ செங்குத்தாக அமையத்தக்க m இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

(ii) காவிகள் $\underline{i} + \underline{j}$ மற்றும் $\underline{i} + \underline{j} + \lambda\underline{k}$ இற்கு இடைப்பட்ட கோணம் 45^0 ஆகும். λ இற்குச் சாத்தியமான பெறுமானங்களைக் காண்க.

(b) $\overrightarrow{OA} = \underline{a}$ மற்றும் $\overrightarrow{OB} = \underline{b}$ ஆகுமாறு உள்ள ஒரு முக்கோணி OAB என்க. E மற்றும் F என்பன $OE:EA = OF:FB = 1:3$ ஆகுமாறு, முறையே OA மற்றும் OB மீதுள்ள புள்ளிகள் என்க.
$\overrightarrow{BE} = \dfrac{1}{4}\underline{a} - \underline{b}$ எனக்காட்டுக. மேலும் $BE^2 = \dfrac{1}{16}|\underline{a}|^2 + |\underline{b}|^2 - \dfrac{1}{2}\underline{a} \cdot \underline{b}$ என உய்த்தறிக.
AF^2 இற்கு இயல்பொத்த ஒரு கோவையை எழுதிக் காட்டுக. மேலும் $AF = BE$ எனின் $OA = OB$ என உய்த்தறிக.

3. (a) $OABC$ ஒரு நான்முகி ஆகும். மேலும் $\overrightarrow{OA}=\underline{a}$, $\overrightarrow{OB}=\underline{b}$ மற்றும் $\overrightarrow{OC}=\underline{c}$ ஆகும். $\underline{s}_1, \underline{s}_2, \underline{s}_3$ மற்றும் $\underline{s}_4$ என்பன முறையே $OAB, OBC, OCA,$ மற்றும் ABC என்னும் பரப்புக்களுக்கு சமனான பருமனையும் மேலும் இம்முகங்களுக்கு முறையே புறமுகத்திசையிலும் மற்றும் செங்குத்தாகவும் உள்ள காவிகள் என்க.

$\left|\underline{a}\times\underline{b}\right|$ ஐ கேத்திரகணித ரீதியில் விளக்குக. இவ்வாறு $\dfrac{\left|\underline{a}\times\underline{b}\right|}{\left|\underline{s}_1\right|}+\dfrac{\left|\underline{b}\times\underline{c}\right|}{\left|\underline{s}_2\right|}+\dfrac{\left|\underline{c}\times\underline{a}\right|}{\left|\underline{s}_3\right|}$ ஐக் காண்க. அத்துடன் $\sum_{r=1}^{4}\underline{s}_r$ ஐயும் காண்க.

(b) உற்பத்தி O சார்பாக புள்ளிகள் A, B, C மற்றும் D என்பவற்றின் தானக்காவிகள் முறையே $6\underline{i}-4\underline{j}+4\underline{k}$, $-6\underline{i}+4\underline{j}-12\underline{k}$, $-\underline{i}-2\underline{j}-3\underline{k}$ மற்றும் $\underline{i}+2\underline{j}-5\underline{k}$ ஆகும்.
AB மற்றும் CD இடைவெட்டும் எனக்காட்டுக.
அத்துடன் இடைவெட்டும் புள்ளியின் தானக்காவியையும் காண்க.

4. ஓர் தளம் π_1 ஆனது $(1,4,2),(1,0,5)$ மற்றும் $(0,8,-1)$ ஆகிய புள்ளிகளைக் கொண்டுள்ளது. தளம் π_2 ஆனது $(2,2,3)$ என்னும் புள்ளியைக் கொண்டுள்ளதோடு செங்குத்துக்காவி $\left(\underline{i}+2\underline{j}+2\underline{k}\right)$ ஐயும் கொண்டுள்ளது. புள்ளி $(\alpha,0,\beta)$ ஆனது π_1 மற்றும் π_2 ஆகிய இரு தளங்களின் மீதும் உள்ளது.

(i) தளம் π_1 இன் தெக்காட்டின் சமன்பாட்டைக் காண்க.

(ii) தளம் π_2 இன் தெக்காட்டின் சமன்பாட்டைக் காண்க.

(iii) தளங்கள் π_1 மற்றும் π_2 இற்கு இடைப்பட்ட கூர்ங்கோணம் $\cos^{-1}\left(\dfrac{14}{15}\right)$ ஆகும் எனக்காட்டுக.

(iv) α மற்றும் β ஐக் காண்க. மற்றும் இரு தளங்களையும் இடைவெட்டும் கோட்டின் சமன்பாட்டை $\underline{r}=\underline{p}+\lambda\underline{q}$ என்னும் வடிவில் எடுத்துரைக்க.

(v) புள்ளி $(1,1,\mu)$ ஆனது தளங்கள் π_1 மற்றும் π_2 இலிருந்து சமதூரத்திலுள்ளன. μ இற்குச் சாத்தியமான பெறுமானங்களைக் காண்க.

5. (a) $\underline{f}$ ஆனது t இன் வகையிடத்தக்க காவிச்சார்பு என்க.

(i) $2\int\left(\underline{f}(t)\cdot\dfrac{d\underline{f}}{dt}\right)dt=\left|\underline{f}(t)\right|^2+\underline{c}_1,$

(ii) $\int\left(\underline{f}(t)\times\dfrac{d^2\underline{f}}{dt^2}\right)dt=\underline{f}\times\dfrac{d\underline{f}}{dt}+\underline{c}_2$; என நிறுவுக.

இங்கு $\underline{c}_1$ மற்றும் $\underline{c}_2$ என்பன எதேச்சையான ஒருமைக் காவிகள் ஆகும்.

$\underline{r}(t)=5t^2\underline{i}+t\,\underline{j}-t^3\underline{k}$ எனின், $\displaystyle\int_1^2\left(\underline{r}\times\frac{d^2\underline{r}}{dt^2}\right)dt$ ஐக் காண்க.

(b) $y=x^2$ என்னும் பரவளைவின் வழியே $(0, 0)$ இலிருந்து $(2, 4)$ இற்கு அசையும் துணிக்கையின் மீது $\underline{F}(x,y)=x^2\,\underline{i}+y^2\,\underline{j}$ என்னும் விசையினால் செய்யப்பட்ட வேலையைத் துணிக.

6. ஒரு வெளி வளையியொன்றில் புள்ளி P இன் தெக்காட்டின் ஆள்கூறுகள் (x, y, z) என்பன பரமானம் t சார்பாக, $x = t$, $y = t^2$, $z = \frac{2}{3}t^3$ ஆல் தரப்படுகின்றன.

புள்ளி $(0,0,0)$ இலிருந்து அளக்கப்பட்ட P இன் வில்லின் தூரமானது s ஆல் குறிக்கப்படுகின்றது. $\frac{dt}{ds}$ ஐ t சார்பில் காண்க.

(i) P இல் அலகுத் தொடலிக் காவியானது $\hat{\mathbf{t}} = \frac{1}{2t^2+1}\left(\underline{i} + 2t\,\underline{j} + 2t^2\,\underline{k}\right)$ எனக்காட்டுக.

(ii) $\frac{d\hat{\mathbf{t}}}{ds} = \kappa\,\hat{\mathbf{n}}$ என்னும் சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்தி புள்ளி P இல் வளைவு κ ஆனது $\frac{2}{\left(2t^2+1\right)^2}$ எனக்காட்டுக. மற்றும் தலைமைச் செவ்வன் $\hat{\mathbf{n}}$ ஐக் காண்க.

(iii) இருமைச் செவ்வன் $\hat{\mathbf{b}}$ ஐக் காண்க.

(iv) $\frac{d\hat{\mathbf{b}}}{ds} = -\tau\,\hat{\mathbf{n}}$ என்னும் சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்தி வளைவு மற்றும் முறுக்கல் τ என்பன சமன் எனக்காட்டுக.
