ශ්‍රී ලංකා විවෘත විශ්වවිද්‍යාලය
විද්‍යාවේදී/ අධ්‍යාපනවේදී උපාධි පාඨමාලාව
අවසාන පරීක්ෂණය - **2011/2012**
ව්‍යවහාරික ගණිතය - තුන්වන මට්ටම
APU1140/APE3140 – දෛශික විජය

කාලය පැය දෙකයි.

දිනය: 2011. 12. 27 වේලාව: පෙ.ව. **9:30** - පෙ.ව. **11:30** දක්වා.

ප්‍රශ්න **හතරකට** පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

1. (a) $ABCD$ සමාන්තරාස්‍රයක $\overline{AB}$ මගින් $\underline{a}$ සහ $\overline{BC}$ මගින් $\underline{b}$ නිරූපණය වේ. AC හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍ය M සහ BD හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය N නම්, $\underline{a}$ සහ $\underline{b}$ ඇසුරෙන් $\overrightarrow{AM}$ සහ $\overrightarrow{AN}$ සොයන්න. එනයින්, M සහ N ඒක ලක්ෂ්‍ය බව පෙන්වන්න.

(b) O මූලයකට අනුබද්ධව, A, B සහ C ලක්ෂ්‍යවල පිහිටුම් දෛශික පිළිවෙලින් $\mathbf{a}$, $\mathbf{b}$ සහ $\mathbf{c}$ වේ.

(i) දික් කරන ලද AB රේඛාව මත $AB:BP=2:1$ වන පරිදි P ලක්ෂ්‍යය පිහිටා ඇති බව දී ඇත්නම්, $\mathbf{a}$ සහ $\mathbf{b}$ ඇසුරෙන් P හි පිහිටුම් දෛශිකය, $\mathbf{p}$ සොයන්න.

(ii) BC මත Q ලක්ෂ්‍යයක් B සහ C අතර $BQ:QC=1:3$ වන පරිදි පිහිටා ඇත්නම් $\mathbf{b}$ සහ $\mathbf{c}$ ඇසුරෙන් Q හි පිහිටුම් දෛශිකය, $\mathbf{q}$ සොයන්න.

(iii) AC හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය R ලෙස දී ඇත්නම්, P, Q සහ R ඒක රේඛීය බව පෙන්වා, $PQ:QR$ අනුපාතය ගණනය කරන්න.

2. $\underline{a}$ සහ $\underline{b}$ දෛශික දෙකෙහි (i) $\underline{a}\cdot\underline{b}$ අදිශ ගුණිතය සහ (ii) $\underline{a}\times\underline{b}$ දෛශික ගුණිතය අර්ථ දක්වන්න.

(a) $\mathbf{p}$ සහ $\mathbf{q}$ දෛශික දෙකෙහි එකතුව $\mathbf{p}$ ට ලම්බක වේ. $|\mathbf{q}|=\sqrt{2}|\mathbf{p}|$ නම්, $2\mathbf{p}$ සහ $\mathbf{q}$ හි එකතුව $\mathbf{q}$ ට ලම්බක බව පෙන්වන්න.

(b) O මූලයක් අනුබද්ධයෙන් A, B සහ C ලක්ෂ්‍යවල පිහිටුම් දෛශික පිළිවෙලින් $\mathbf{a}=\mathbf{i}+2\mathbf{j}+\mathbf{k}$, $\mathbf{b}=2\mathbf{i}+4\mathbf{j}+3\mathbf{k}$ සහ $\mathbf{c}=6\mathbf{i}+6\mathbf{j}+6\mathbf{k}$ වේ.

(i) $\overline{AB}\cdot\overline{AC}$,

(ii) $\overline{AB}\times\overline{AC}$,

(iii) ABC ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය,

(iv) ABC තලයෙහි කාටීසියානු සමීකරණය

සොයන්න.

[අනෙක් පිට බලන්න

3. (a) කාටීසියානු ඛණ්ඩාංක පිළිවෙලින් $(-2, 1, 4)$ සහ $(1, 7, 6)$ වූ A සහ B ලක්ෂ්‍ය යා කරන රේඛාවේ දෛශික සහ කාටීසියානු සමීකරණ සොයන්න.

(b) L_1 සහ L_2 රේඛා දෙකක සමීකරණ

$$L_1: \ \underline{r} = (3\underline{i} + \underline{j} - \underline{k}) + \alpha(\underline{i} + 2\underline{j} + 3\underline{k}),$$

$$L_2: \ \underline{r} = (3\underline{i} + 5\underline{j}) + \beta(\underline{i} - \underline{j} + \underline{k})$$

ලෙස දී ඇත. මෙහි α සහ β පරාමිති දෙකකි.

(i) L_1 සහ L_2 ඡේදනය වන බව පෙන්වා, ඡේදන ලක්ෂ්‍යයේ ඛණ්ඩාංක සොයන්න.

(ii) ඔබගේ පිළිතුර $\underline{r} \cdot \underline{n} = d$ ආකාරයෙන් දෙමින්, L_1 සහ L_2 අන්තර්ගතවන π තලයේ සමීකරණය නිර්ණය කරන්න.

4. (a) දෛශික සමීකරණය පිළිවෙලින් $\mathbf{r} = \mathbf{a}_1 + \lambda \mathbf{b}_1$ සහ $\mathbf{r} = \mathbf{a}_2 + \mu \mathbf{b}_2$ වන රේඛා දෙක අතර කෙටිතම දුර සඳහා ප්‍රකාශණයක් ලියා දක්වන්න.

රේඛා දෙකක දෛශික සමීකරණ $\mathbf{r}_1 = (1-t)\mathbf{i} + (t-2)\mathbf{j} + (3-2t)\mathbf{k}$ සහ $\mathbf{r}_2 = (s+1)\mathbf{i} + (2s-1)\mathbf{j} - (2s+1)\mathbf{k}$ නම්, මෙම රේඛා අතර කෙටිතම දුර සොයන්න.

(b) චතුස්තලයක ශීර්ෂ හතරෙහි පිහිටුම් දෛශික $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}, \mathbf{d}$ වේ.

මෙහි පරිමාව $\frac{1}{6}\left|[\mathbf{a}\ \mathbf{b}\ \mathbf{d}] + [\mathbf{b}\ \mathbf{c}\ \mathbf{d}] + [\mathbf{c}\ \mathbf{a}\ \mathbf{d}] - [\mathbf{a}\ \mathbf{b}\ \mathbf{c}]\right|$ බව පෙන්වන්න.

[මෙහි $[\mathbf{x}\ \mathbf{y}\ \mathbf{z}]$ යන්නෙන් $\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z}$ දෛශික තුනෙහි $\mathbf{x} \times \mathbf{y} \cdot \mathbf{z}$ අදිශ ත්‍රිත්ව ගුණිතය නිරූපණය වේ.]

5. (a) $\underline{r}(t) = (1-t)\underline{i} + \sqrt{t}\,\underline{j} + \frac{1}{t-2}\underline{k}$ යන දෛශික ශ්‍රිතයේ වසම ලියන්න.

මෙහි t යනු පරාමිතියකි.

(b) $\underline{r}$ යනු t පරාමිතියක්හි දෛශික ශ්‍රිතයක් නම්, $\frac{d}{dt}\left(\frac{\underline{r} \times \underline{a}}{\underline{r} \cdot \underline{a}}\right)$ සොයන්න; මෙහි $\underline{a}$ යනු නියත දෛශිකයකි.

(c) t කාලයේ දී අංශුවක ත්වරණය $\underline{a} = 4\underline{i}$ මගින් දී ඇත.

ආරම්භයේ දී අංශුව මූල ලක්ෂ්‍යයේදී $\underline{v}(0) = 4\underline{j}$ ප්‍රවේගයෙන් චලිත විය. අංශුව පරාවලයක චලිත වන බව පෙන්වන්න.

6. (i) සුපුරුදු අංකනයෙන් $\mathbf{r}=\mathbf{f}(\theta)$ අවකාශ වක්‍රයක් සඳහා "Frenet-Serret" සූත්‍ර ප්‍රකාශ කරන්න; මෙහි θ යනු පරාමිතියකි.

(ii) a සහ b නියත විට $\mathbf{r}=(a\cos\theta)\mathbf{i}+(a\sin\theta)\mathbf{j}+b\theta\mathbf{k}$ අවකාශ වක්‍රයෙහි ඒකක ස්පර්ශකය, $\hat{\mathbf{t}}$ සහ ප්‍රධාන අභිලම්බය, $\hat{\mathbf{n}}$ ඒකක දෛශිකය, $\mathbf{k}$ සමඟ නියත කෝණ සාදන බව පෙන්වා, එම කෝණ සොයන්න.

තවද, මෙම වක්‍රය සඳහා 'θ' හිදී අපර අභිලම්බය ($\hat{\mathbf{b}}$), වක්‍රතාව (κ) සහ ව්‍යාවර්තනය(τ) සොයන්න.

The Open University of Sri Lanka
B.Sc/B.Ed. Degree Programme
Final Examination - 2011/2012
Applied Mathematics - Level 03
APU1140/APE3140 – Vector Algebra
Duration: - Two hours

Date: 27.12.2011 **Time: 9:30 a.m. – 11:30 a.m.**

Answer **four** questions only.

1. (a) $ABCD$ is a parallelogram, $\underline{a}$ represents $\overrightarrow{AB}$ and $\underline{b}$ represents $\overrightarrow{BC}$. If M is the midpoint of AC and N is the midpoint of BD, find $\overrightarrow{AM}$ and $\overrightarrow{AN}$ in terms of $\underline{a}$ and $\underline{b}$, and hence show that M and N are coincident.

(b) The points A, B and C have position vectors $\mathbf{a}$, $\mathbf{b}$ and $\mathbf{c}$ respectively referred to an origin O.

(i) Given that the point P lies on AB produced such that $AB:BP = 2:1$, find $\mathbf{p}$, the position vector of P, in terms of $\mathbf{a}$ and $\mathbf{b}$.

(ii) If Q lies on BC, between B and C such that $BQ:QC = 1:3$, find $\mathbf{q}$, the position vector of Q, in terms of $\mathbf{b}$ and $\mathbf{c}$.

(iii) Given that R is the midpoint of AC, show that P, Q and R are collinear and calculate $PQ:QR$.

2. Define (i) the scalar product $\underline{a}\cdot\underline{b}$ and (ii) the vector product $\underline{a}\times\underline{b}$, of two given vectors $\underline{a}$ and $\underline{b}$.

(a) The sum of two vectors $\mathbf{p}$ and $\mathbf{q}$ is perpendicular to $\mathbf{p}$. If $|\mathbf{q}| = \sqrt{2}|\mathbf{p}|$, show that the sum of $2\mathbf{p}$ and $\mathbf{q}$ is perpendicular to $\mathbf{q}$.

(b) The position vectors with respect to an origin O, of the points A, B, C are respectively $\mathbf{a} = \mathbf{i}+2\mathbf{j}+\mathbf{k}$, $\mathbf{b} = 2\mathbf{i}+4\mathbf{j}+3\mathbf{k}$ and $\mathbf{c} = 6\mathbf{i}+6\mathbf{j}+6\mathbf{k}$.

Find: (i) $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$,

(ii) $\overrightarrow{AB}\times\overrightarrow{AC}$,

(ii) the area of the triangle ABC,

(iii) the Cartesian equation of the plane ABC.

[Turn over

3. (a) Find the vector and Cartesian equations of the straight line joining the points A and B, whose coordinates are $(-2, 1, 4)$ and $(1, 7, 6)$ respectively.

(b) The two lines L_1 and L_2 are given by the equations

$$L_1: \ \underline{r} = (3\underline{i} + \underline{j} - \underline{k}) + \alpha(\underline{i} + 2\underline{j} + 3\underline{k})$$

$$L_2: \ \underline{r} = (3\underline{i} + 5\underline{j}) + \beta(\underline{i} - \underline{j} + \underline{k}).$$

where α and β are two parameters.

(i) Prove that L_1 and L_2 intersect and find the point of intersection.

(ii) Determine the equation of the plane π containing L_1 and L_2, giving your answer in the form $\underline{r} \cdot \underline{n} = d$.

4. (a) Write down an expression for the shortest distance between the two lines l_1 and l_2 whose vector equations are $\mathbf{r} = \mathbf{a}_1 + \lambda \mathbf{b}_1$ and $\mathbf{r} = \mathbf{a}_2 + \mu \mathbf{b}_2$.

If the vector equations of the two lines are $\mathbf{r}_1 = (1-t)\mathbf{i} + (t-2)\mathbf{j} + (3-2t)\mathbf{k}$ and $\mathbf{r}_2 = (s+1)\mathbf{i} + (2s-1)\mathbf{j} - (2s+1)\mathbf{k}$,
find the shortest distance between these lines.

(b) The four vertices of a tetrahedron are at the points with position vectors $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}, \mathbf{d}$.
Show that its volume is $\frac{1}{6}\left|[\mathbf{a}\ \mathbf{b}\ \mathbf{d}] + [\mathbf{b}\ \mathbf{c}\ \mathbf{d}] + [\mathbf{c}\ \mathbf{a}\ \mathbf{d}] - [\mathbf{a}\ \mathbf{b}\ \mathbf{c}]\right|$.
[Here $[\mathbf{x}\ \mathbf{y}\ \mathbf{z}]$ denotes the scalar triple product $\mathbf{x} \times \mathbf{y} \cdot \mathbf{z}$ of three vectors $\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z}$.]

5. (a) Write down the domain of the vector valued function

$$\underline{r}(t) = (1-t)\underline{i} + \sqrt{t}\,\underline{j} + \frac{1}{t-2}\underline{k}, \text{ where } t \text{ is a parameter.}$$

(b) If $\underline{r}$ is a vector function of parameter t, find $\frac{d}{dt}\left(\frac{\underline{r} \times \underline{a}}{\underline{r} \cdot \underline{a}}\right)$; where $\underline{a}$ is a constant vector.

(c) The acceleration of a particle at time t is given by $\underline{a} = 4\underline{i}$. Initially it was moving with velocity $\underline{v}(0) = 4\underline{j}$ at the origin. Show that the particle moves in a parabola.

6. (i) In the usual notation **state** the *Frenet-Serret* formulae for any space curve $\mathbf{r}=\mathbf{f}(\theta)$; where θ is a parameter.

(ii) Show that the *unit tangent vector* $\hat{\mathbf{t}}$, and the *unit principal normal* $\hat{\mathbf{n}}$, of the space curve $\mathbf{r}=(a\cos\theta)\mathbf{i}+(a\sin\theta)\mathbf{j}+b\theta\mathbf{k}$; where a and b are constants, make constant angles with the unit vector $\mathbf{k}$, and find those angles.

Also find the *unit binormal* $\hat{\mathbf{b}}$, *curvature* (κ) and *torsion* (τ) of the curve, at the point 'θ'.

இலங்கை திறந்த பல்கலைக்கழகம்
விஞ்ஞானமாணி/கல்விமாணி பட்டப்பாடநெறி
இறுதிப் பரீட்சை 2011/2012
பிரயோக கணிதம்– மட்டம் 03
APU1140/APE3140 – காவி அட்சரகணிதம்

காலம் :- இரண்டு மணித்தியாலங்கள்.

நாள் :- 27/12/2011 நேரம்:- மு.ப 9.30– மு.ப 11.30

நான்கு வினாக்களுக்கு மட்டும் விடையளிக்குக.

1. (a) $ABCD$ என்பது ஒரு இணைகரம் ஆகும். $\underline{a}$ ஆனது $\overline{AB}$ ஐயும் $\underline{b}$ ஆனது $\overline{BC}$ ஐயும் குறிக்கின்றன. M ஆனது AC இன் நடுப்புள்ளி மற்றும் N ஆனது BD இன் நடுப்புள்ளி எனின், $\overline{AM}$ மற்றும் $\overline{AN}$ ஐ $\underline{a}$ மற்றும் $\underline{b}$ சார்பில் காண்க, மற்றும் இதிலிருந்து M மற்றும் N என்பன பொருந்தும் எனக்காட்டுக.

(b) ஒரு உற்பத்தி O குறித்து புள்ளிகள் A, B மற்றும் C என்பனவற்றின் தானக்காவிகள் முறையே $\mathbf{a}, \mathbf{b}$ மற்றும் $\mathbf{c}$ என்பனவாகும்.

(i) புள்ளி P ஆனது $AB:BP = 2:1$ ஐ ஆக்குமாறு AB மீதுள்ளது எனத் தரப்பட்டுள்ளது. P இன் தானக்காவி $\mathbf{p}$ ஐ $\mathbf{a}$ மற்றும் $\mathbf{b}$ சார்பில் காண்க.

(ii) Q ஆனது B இற்கும் C இற்கும் இடையே $BQ:QC = 1:3$ ஆகுமாறு BC மீதுள்ளது எனின், Q இன் தானக்காவி $\mathbf{q}$ ஐ $\mathbf{b}$ மற்றும் $\mathbf{c}$ சார்பில் காண்க.

(iii) R ஆனது AC இன் நடுப்புள்ளி எனத் தரப்பட்டுள்ளது. P, Q மற்றும் R என்பன ஒரே நேர்கோட்டில் உள்ளவை எனக்காட்டுக. மற்றும் $PQ:QR$ இனைக் கணிக்க.

2. தரப்பட்ட இரு காவிகள் $\underline{a}$ மற்றும் $\underline{b}$ என்பனவற்றின் (i) எண்ணிப்பெருக்கம் $\underline{a}\cdot\underline{b}$ மற்றும் (ii) காவிப்பெருக்கம் $\underline{a}\times\underline{b}$ ஆகியவற்றினை வரையறுக்க.

(a) இரண்டு காவிகள் $\mathbf{p}$ மற்றும் $\mathbf{q}$ இன் கூட்டுத்தொகையானது $\mathbf{p}$ இற்கு செங்குத்தாகும். $|\mathbf{q}| = \sqrt{2}|\mathbf{p}|$ எனின், $2\mathbf{p}$ மற்றும் $\mathbf{q}$ இன் கூட்டுத்தொகையானது $\mathbf{q}$ இற்கு செங்குத்தாகும் எனக்காட்டுக.

(b) புள்ளிகள் A, B, C என்பனவற்றின் ஒரு உற்பத்தி O குறித்தான தானக்காவிகள் முறையே $\mathbf{a} = \mathbf{i} + 2\mathbf{j} + \mathbf{k}$, $\mathbf{b} = 2\mathbf{i} + 4\mathbf{j} + 3\mathbf{k}$ மற்றும் $\mathbf{c} = 6\mathbf{i} + 6\mathbf{j} + 6\mathbf{k}$ ஆகும்.
பின்வருவனவற்றைக் காண்க.

(i) $\overline{AB}\cdot\overline{AC}$,

(ii) $\overline{AB}\times\overline{AC}$,

(ii) முக்கோணி ABC இன் பரப்பளவு,

(iii) தளம் ABC இன் தெக்காட்டின் சமன்பாடு.

/மறுபக்கம் பார்க்க

3. (a) ஆள்கூறுகள் முறையே $(-2, 1, 4)$ மற்றும் $(1, 7, 6)$ ஆன புள்ளிகள் A மற்றும் B ஐ இணைக்கும் நேர்கோட்டின் காவி மற்றும் தெக்காட்டின் சமன்பாடுகளைக் காண்க.

(b) இரண்டு கோடுகள் L_1 மற்றும் L_2 என்பன பின்வரும் சமன்பாடுகளால் தரப்படுகின்றன.

$$L_1:\ \underline{r} = (3\underline{i} + \underline{j} - \underline{k}) + \alpha(\underline{i} + 2\underline{j} + 3\underline{k})$$

$$L_2:\ \underline{r} = (3\underline{i} + 5\underline{j}) + \beta(\underline{i} - \underline{j} + \underline{k}).$$

இங்கு α மற்றும் β என்பன இரண்டு பரமானங்கள் ஆகும்.

(i) L_1 மற்றும் L_2 என்பன இடைவெட்டும் என நிறுவி இடைவெட்டும் புள்ளியைக் காண்க.

(ii) L_1 மற்றும் L_2 ஐ கொண்ட தளம் π இன் சமன்பாட்டைத் துணிக. உமது விடையை $\underline{r} \cdot \underline{n} = d$ என்னும் வடிவில் தருக.

4. (a) $\mathbf{r} = \mathbf{a}_1 + \lambda \mathbf{b}_1$ மற்றும் $\mathbf{r} = \mathbf{a}_2 + \mu \mathbf{b}_2$ ஐ காவிச் சமன்பாடுகளாக கொண்ட l_1 மற்றும் l_2 என்னும் இரண்டு கோடுகளுக்கு இடைப்பட்ட மிகக் கிட்டிய தூரத்திற்கான கோவையொன்றை எழுதுக.

இரண்டு கோடுகளின் காவிச் சமன்பாடுகள் $\mathbf{r}_1 = (1-t)\mathbf{i} + (t-2)\mathbf{j} + (3-2t)\mathbf{k}$ மற்றும் $\mathbf{r}_2 = (s+1)\mathbf{i} + (2s-1)\mathbf{j} - (2s+1)\mathbf{k}$ எனின், இவ் கோடுகளுக்கிடைப்பட்ட மிகக் கிட்டிய தூரத்தைக் காண்க.

(b) ஒரு நான்முகியின் நான்கு உச்சிகள் $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}, \mathbf{d}$ தானக்காவிகளுடனான புள்ளிகளில் இருக்கின்றன. அதன் கனவளவு $\frac{1}{6}\left|[\mathbf{a}\ \mathbf{b}\ \mathbf{d}] + [\mathbf{b}\ \mathbf{c}\ \mathbf{d}] + [\mathbf{c}\ \mathbf{a}\ \mathbf{d}] - [\mathbf{a}\ \mathbf{b}\ \mathbf{c}]\right|$ ஆகும் எனக்காட்டுக.

[இங்கு $[\mathbf{x}\ \mathbf{y}\ \mathbf{z}]$ ஆனது $\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z}$ இன் எண்ணி மும்மைப் பெருக்கம் $\mathbf{x} \times \mathbf{y} \cdot \mathbf{z}$ ஐ குறிக்கின்றது.]

5. (a) $\underline{r}(t) = (1-t)\underline{i} + \sqrt{t}\,\underline{j} + \dfrac{1}{t-2}\underline{k}$ என்னும் காவிப் பெறுமானச் சமன்பாட்டின் ஆட்சியைக் காண்க. இங்கு t என்பது ஒரு பரமானம் ஆகும்.

(b) $\underline{r}$ என்பது பரமானம் t இன் ஒரு காவிச்சார்பு என்க. $\dfrac{d}{dt}\left(\dfrac{\underline{r} \times \underline{a}}{\underline{r} \cdot \underline{a}}\right)$ ஐக் காண்க; இங்கு $\underline{a}$ என்பது ஒரு மாறிலிக் காவியாகும்.

(c) நேரம் t இல் ஒரு துணிக்கையின் ஆர்முடுகல் $\underline{a} = 4\underline{i}$ ஆல் தரப்படுகின்றது. துணிக்கையானது ஆரம்பத்தில் உற்பத்தியிலிருந்து வேகம் $\underline{v}(0) = 4\underline{j}$ உடன் அசைகின்றது. துணிக்கையானது ஒரு பரவளைவில் அசைகின்றது எனக்காட்டுக.

6. (i) எந்தவொரு வெளி வளையி $\mathbf{r}=\mathbf{f}(\theta)$ இற்கும் பிரனேசெரேயர் (*Frenet- Serret*) சூத்திரத்தை வழமையான குறியீட்டில் கூறுக. இங்கு θ என்பது ஒரு பரமாணம் ஆகும்.

(ii) $\mathbf{r}=(a\cos\theta)\mathbf{i}+(a\sin\theta)\mathbf{j}+b\theta\mathbf{k}$ என்னும் வெளி வளையியின்; இங்கு a மற்றும் b என்பன மாறிலிகள், அலகுத் தொடலிக் காவி $\hat{\mathbf{t}}$ மற்றும் அலகுத் தலைமைச் செவ்வன் $\hat{\mathbf{n}}$ என்பன அலகுக் காவி $\mathbf{k}$ யுடன் மாறிலிக் கோணங்களை ஆக்கும் எனக்காட்டி அக்கோணங்களைக் காண்க.

மேலும் வளையியின் அலகு இருமைச் செவ்வன் $\hat{\mathbf{b}}$, வளைவு (κ) மற்றும் முறுக்கல் (τ) என்பனவற்றை θ புள்ளியில் காண்க.
