ID # 44

00030

16 AUG 2011
The Open University

The Open University of Sri Lanka

B.Sc/B.Ed Degree Programme

Open Book Test (OBT) - 2010/2011

Applied Mathematics – Level 3

AMU 1182/AME 3182 - Conics and Vector Algebra

Duration :- One and half hours

Date:- 09.03.2011 **Time:- 4.00p.m.-5.30p.m.**

Answer ALL Questions

1. Consider the equation of the circle $x^2+y^2+2gx+2fy+c=0$.

   (i) Find the centre and the radius of the circle.

   (ii) Prove that the equation of the tangent to the above circle at the point (x_1, y_1) is

   $xx_1+yy_1+g(x+x_1)+f(y+y_1)+c=0$.

   (iii) If the circle $x^2+y^2-16x-10y+\lambda=0$, passes through the point $P\equiv(-2, 1)$, find the value of λ.

   Also find the equation of the tangent to the above circle at the point P.

2. Consider the conic equation $2x^2+4xy-y^2-7x+2y-2=0$,

   (i) Write the above equation in the form $\underline{X}^T\underline{A}\,\underline{X}+\underline{F}^T\underline{X}+C=0$, where $\underline{A}$ is a 2×2 square matrix, $\underline{X}=(x,y)^T$ and $\underline{F}=(f,g)^T$.

   (ii) Find the eigen values and eigen vectors of $\underline{A}$.

   (iii) Find the orthogonal matrix $\underline{P}$ such that $\underline{P}^T\underline{AP}=\underline{D}$, where $\underline{D}$ is a diagonal matrix.

   Hence identify the given conic.

3. (i) Let $ABCDEF$ be a regular hexagon. Show that $\overline{AB}+\overline{AC}+\overline{AD}+\overline{AE}+\overline{AF}=3\overline{AD}$.

   (ii) Let $ABCD$ be a quadrilateral and E, F, G, H are the midpoints of AB, BC, CD and DA respectively. Show that $EFGH$ is a parallelogram.

   (iii) Let $ABCD$ be a parallelogram. Prove that $\overline{AB}^2+\overline{BC}^2+\overline{CD}^2+\overline{DA}^2=\overline{AC}^2+\overline{BD}^2$.

0003

ශ්‍රී ලංකා විවෘත විශ්වවිද්‍යාලය

විද්‍යාවේදී/ අධ්‍යාපනවේදී උපාධි පාඨමාලාව

විවෘත පොත් පරීක්ෂණය (OBT)- 2010/2011

ව්‍යවහාරික ගණිතය - තුන්වන මට්ටම

AMU 1182/AME 3182 කේතුක හා දෛශික විජය

කාලය : පැය 1 1/2 යි.

දිනය:- **09.03.2011** වේලාව:- ප.ව. **4.00** - ප.ව. **5.30** දක්වා

ප්‍රශ්න සියල්ලටම පිළිතුරු සපයන්න.

1. $x^2+y^2+2gx+2fy+c=0$, වෘත්තයේ සමීකරණය සලකන්න.

(i) ඉහත වෘත්තයේ කේන්ද්‍රය හා අරය සොයන්න.

(ii) ඉහත දෙනු ලැබූ වෘත්තයට (x_1, y_1) ලක්ෂ්‍යයේදී අඳිනු ලබන ස්පර්ශකයේ සමීකරණය, $xx_1+yy_1+g(x+x_1)+f(y+y_1)+c=0$ බව පෙන්වන්න.

(iii) $x^2+y^2-16x-10y+\lambda=0$ සමීකරණයෙන් දෙනු ලබන වෘත්තය $P\equiv(-2, 1)$ හරහා ගමන් කරයි නම්, λ හි අගය සොයන්න.

තවද, මෙම වෘත්තයට P ලක්ෂ්‍යයේදී අඳිනු ලබන ස්පර්ශකයේ සමීකරණය සොයන්න.

2. $2x^2+4xy-y^2-7x+2y-2=0$ සමීකරණය මගින් දී ඇති කේතුකය සලකන්න.

(i) ඉහත සමීකරණය $\underline{X}^T\underline{A}\,\underline{X}+\underline{F}^T\underline{X}+C=0$, ආකාරයට ලියා කර දක්වන්න. මෙහි $\underline{A}$, යනු 2×2 සමචතුරස්‍ර න්‍යාසයක් වන අතර $\underline{X}=(x,y)^T$ සහ $\underline{F}=(f,g)^T$ වේ.

(ii) $\underline{A}$ න්‍යාසයේ අයිගන් අගයන් සහ අයිගන් දෛශික සොයන්න.

(iii) $\underline{P}^T\underline{A}\underline{P}=\underline{D}$ වන පරිදි $\underline{P}$ ප්‍රලම්බක න්‍යාසය සොයන්න. මෙහි $\underline{D}$ යනු විකර්ණ න්‍යාසයකි. එනයින් දෙන ලද කේතුකය හඳුනාගන්න.

3. (i) $ABCDEF$ යනු සවිධි ෂඩාස්‍රයක් ලෙස ගනිමු.

$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AE}+\overrightarrow{AF}=3\overrightarrow{AD}$ බව පෙන්වන්න.

(ii) $ABCD$ මගින් දෙනු ලබන චතුරස්‍රය සලකන්න. මෙහි E, F, G, H යනු පිළිවෙලින් AB, BC, CD සහ DA පාද වල මධ්‍ය ලක්ෂ්‍ය වේ. $EFGH$ යනු සමාන්තරාස්‍රයක් බව පෙන්වන්න.

(iii) $ABCD$ යනු සමාන්තරාස්‍රයක් ලෙස ගනිමු.

$\overrightarrow{AB}^2+\overrightarrow{BC}^2+\overrightarrow{CD}^2+\overrightarrow{DA}^2=\overrightarrow{AC}^2+\overrightarrow{BD}^2$ බව සාධනය කරන්න.

0002

இலங்கை திறந்த பல்கலைக்கழகம்
விஞ்ஞானமாணி/கல்விமாணிப் பட்டப்பாடநெறி
திறந்த புத்தகப் பரீட்சை (OBT) - 2010/2011
பிரயோக கணிதம் – மட்டம் 03
AMU 1182/AME 3182 – கூம்புவளைவும் காவி அட்சரகணிதமும்

காலம் :- ஒன்றரை மணித்தியாலங்கள்.

நாள் :- **09-03-2011.** நேரம்:- பி.ப **4.00**– பி.ப **5.30**

எல்லா வினாக்களுக்கும் விடையளிக்குக.

1. $x^2+y^2+2gx+2fy+c=0$ என்னும் வட்டத்தின் சமன்பாட்டைக் கருதுக.

   (i) வட்டத்தின் மையம் மற்றும் ஆரையைக் காண்க.

   (ii) மேற்கூறப்பட்ட வட்டத்திற்கு (x_1, y_1) என்னும் புள்ளியில் வரையப்பட்ட தொடலியின் சமன்பாடு $xx_1+yy_1+g(x+x_1)+f(y+y_1)+c=0$ ஆகுமென நிறுவுக.

   (iii) $x^2+y^2-16x-10y+\lambda=0$ என்னும் வட்டமானது $P\equiv(-2, 1)$ என்ற புள்ளியினூடாக செல்லும் எனின் λ இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.
   மேலும் இவ்வட்டத்திற்கு புள்ளி P இல் வரையப்பட்ட தொடலியின் சமன்பாட்டைக் காண்க.

2. $2x^2+4xy-y^2-7x+2y-2=0$ என்னும் கூம்புவளைவின் சமன்பாட்டைக் கருதுக.

   (i) மேற்கூறப்பட்ட சமன்பாட்டை $\underline{X}^T\underline{A}\,\underline{X}+\underline{F}^T\underline{X}+C=0$ என்னும் வடிவில் எழுதுக. இங்கு $\underline{A}$ ஒரு 2×2 சதுரத்தாயமாகும், $\underline{X}=(x,y)^T$ மற்றும் $\underline{F}=(f,g)^T$.

   (ii) $\underline{A}$ இற்கான முறைமைப் பெறுமானங்கள் மற்றும் முறைமைக் காவிகளைக் காண்க.

   (iii) $\underline{P}^T\underline{AP}=\underline{D}$ ஆக அமையுமாறு நிமிர்த்தாயம் $\underline{P}$ ஐக் காண்க. இங்கு $\underline{D}$ ஆனது மூலைவிட்டத்தாயமாகும்.
   இதிலிருந்து தரப்பட்ட கூம்புவளைவை இனங்காண்க.

3. (i) $ABCDEF$ ஒரு ஒழுங்கான அறுகோணி என்க. $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AE}+\overrightarrow{AF}=3\overrightarrow{AD}$ எனக்காட்டுக.

   (ii) $ABCD$ ஒரு நாற்பக்கல் என்க. E, F, G, H என்பன முறையே AB, BC, CD மற்றும் DA இன் நடுப்புள்ளிகள் ஆகும். $EFGH$ ஒரு இணைகரமாகும் எனக்காட்டுக.

   (iii) $ABCD$ ஒரு இணைகரம் என்க. $\overrightarrow{AB}^2+\overrightarrow{BC}^2+\overrightarrow{CD}^2+\overrightarrow{DA}^2=\overrightarrow{AC}^2+\overrightarrow{BD}^2$ என நிறுவுக.